
4. Applicazioni a modelli 2 - D

4.1. Simulazione dinamica di una frattura con slip - weakening

Come è stato descritto nel paragrafo 2.3 viene simulata una rottura di taglio piana in $x_3 = 0$ che si propaga lungo x_1 ; la legge costitutiva assunta sulla faglia è quella dello slip – weakening ed il metodo di soluzione numerica è quello di tipo boundary integral proposto da Andrews (1985) ed implementato come descritto in seguito.

Dopo la riproduzione dei risultati da lui ottenuti e la discussione delle caratteristiche salienti che questi mostrano, sono presentati i risultati originali, i quali hanno come scopi: evidenziare le peculiarità della legge dello slip – weakening (per poterla poi confrontare con le leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina, come compiuto nel capitolo quinto); studiare gli effetti dei vari parametri costitutivi sulle fasi di nucleazione, propagazione ed arresto della rottura; indagare in che modo queste tre fasi siano influenzate da una

distribuzione dello strength non omogenea nello spazio. In questo modo si studierà l' " effetto barriera ", estendendo quanto ottenuto da Das & Aki (1977b).

In tutti i grafici che verranno analizzati in seguito si consideri che la rottura presenta una simmetria rispetto all' asse x_2 e che viene mostrata solamente la posizione della frattura che si estende in $x_1 \geq 0$.

4.1.1. Interpretazione dei risultati

La prima simulazione è stata effettuata con lo scopo di compiere un test sul codice numerico: per questo è stata scelta una configurazione con i valori utilizzati da Andrews (1985). Si è ipotizzato che la frattura si sviluppi in un solido poissoniano (per il quale $\nu = 1/4$, ovvero analogamente $v_p^2 = 3 v_s^2$), in cui $v_p = 6 \text{ Km} / \text{ s}$ (e quindi $\bar{dx} = 0.1667 \text{ m}$ se $\bar{dt} = 27.8 \text{ ms}$), $S = 0.8$ e $\bar{dx} / L_c = 0.2$. La velocità con cui la frattura è inizialmente forzata a propagarsi è posta uguale a $0.7 v_R$ e tutti i parametri sono costanti lungo la faglia. Si ricorda che v_p , v_s e v_R indicano le velocità delle onde P, S e di Rayleigh.

I risultati ottenuti (fig. 4.1) sono quelli descritti nel lavoro di Andrews (1985) e permettono inoltre di discutere alcuni aspetti generali ed importanti: l' esistenza della zona di coesione e la variazione spontanea della velocità di propagazione del fronte di rottura.

In fig. 4.1a è riportato l' andamento dello slip u in funzione dello spazio e del tempo: la posizione lungo la linea di propagazione della frattura è resa adimensionale tramite il fattore moltiplicativo $1 / L_c$, mentre il tempo è diviso per il tempo caratteristico L_c / v_s . Per ottenere i valori dimensionati occorre moltiplicare lo spazio ridotto ed il tempo ridotto per queste quantità. E' indicata con la retinatura la zona di coesione, o *breakdown zone*, definita sia come quella regione dello spazio — in questo caso porzione della retta x — nella quale la velocità di scorrimento è diversa da zero e lo slip è inferiore a d_0 : $(\partial/\partial t) u \neq 0$ e $u < d_0$, sia come il tempo in cui viene rilasciata l' energia di

fratturazione.

Un altro importante risultato che si estrapola da fig. 4.1a è la velocità di propagazione della frattura. Ogni linea di livello $u = k$, con $k = \text{COST}$, infatti, separa due regioni nella semiretta $x \geq 0$: una in cui i punti ad un certo istante hanno compiuto uno spostamento inferiore a k e l'altra in cui essi hanno fatto uno spostamento superiore a k . In particolare, il fronte di rottura, ovvero il bordo della zona coesiva più distante da $x = 0$, separa la zona in cui lo spostamento è nullo (regione ancora integra) dalla zona in cui u è diverso da zero (regione fratturata). Per definizione, la velocità con cui il fronte di rottura si propaga lungo x è data dal rapporto tra lo spazio da esso percorso ed il corrispondente intervallo di tempo, vale a dire dalla pendenza delle linee di livello. Nel limite di intervalli infinitesimi si ha così la tangente alla curva $u = k$. Indicato con j l'angolo che la tangente al " fronte " $u = k$ nel punto (x, t) forma con la verticale passante per quel punto, la velocità con cui $u = k$ si muove è data da $\text{tg}j$. Per valutare la velocità di propagazione, nelle figure che mostrano l'andamento dello scorrimento in funzione dello spazio e del tempo ridotti sono indicate tre rette, che, procedendo in senso orario dalla verticale, rappresentano rispettivamente v_R , v_S , v_P . Risulta tuttavia di maggiore interesse la velocità con cui si propaga il fronte di rottura. Focalizzando quindi su quest'ultimo la nostra attenzione, possiamo ricavare alcune informazioni: quando il crack giunge ad una distanza dall'origine uguale a $1.68 L_c$, ovvero $1.4 m$, il crack tip accelera dalla velocità che possedeva inizialmente ($v_{force} = 0.7 v_R$) e si propaga spontaneamente. Questo passaggio da rottura forzata (problema non spontaneo) a rottura in evoluzione libera (problema spontaneo) è importante poiché mostra come la scelta della legge costitutiva dello slip – weakening, in luogo dello strength indipendente dallo scorrimento descritto al paragrafo 2.3, comporti un'evoluzione spontanea del crack nel tempo.

La velocità del crack tip aumenta con il crescere della regione fratturata, fino al punto $x = 9 L_c$, in cui si osserva uno sdoppiamento della zona di coesione. In questo senso si può parlare di biforcazione del fronte di rottura: la porzione inferiore, invece di raggiungere asintoticamente la velocità di Rayleigh come quella superiore, si propaga con velocità maggiore. Tale velocità è già più

grande di v_S e poi aumenta con continuità fino a raggiungere, a partire da $x = 12.5 L_c$, una velocità prossima a quella delle onde P. Questo “ salto ” della velocità di propagazione da v_R a valori super – shear avviene poiché la rottura riesce a caricare in maniera dinamica la parte della faglia che non ha ancora rotto in modo tale da indurre una biforcazione del fronte di rottura. Il crack tip secondario si muove con velocità maggiore rispetto a quello principale.

Come si vede l' aumento della velocità di rottura nel tempo è accompagnato dalla riduzione della dimensione della zona di coesione, lunghezza definita da Ohnaka (1990) *breakdown zone size*. Poiché come sarà meglio discusso nel capitolo successivo non avviene alcun fenomeno di cicatrizzazione (*healing*) — cioè un punto della faglia che ha già rotto continua a scorrere nel tempo — la zona che si è già fratturata carica dinamicamente la regione ancora integra in maniera maggiore di quanto non accadesse nella fase iniziale del processo, quando l' area fratturata era inferiore. Con l' evolvere della rottura l' aumento di questo carico fa sì che lo spostamento passi da 0 al valore d_0 in minor tempo ed in minor spazio. Vi è infatti una correlazione diretta tra la maggiore variazione nello spazio e nel tempo dello slip al crescere di t (le curve di livello sono sempre più vicine più ci si allontana dall' origine) e la diminuzione della *breakdown zone size* e del corrispondente *breakdown time*.

Da fig. 4.1a è possibile stimare il valore dell' estensione della zona di coesione. Se immagino di avere una faglia estesa globalmente circa 17 Km° tale valore varia tra circa 230 m e 960 m , risultato in buon accordo con le stime di Papageorgiou & Aki (1983), considerando che questi valori qui dedotti sono da raddoppiare poiché il grafico riproduce solamente una metà della frattura (bilaterale).

In figg. 4.1b e 4.1c sono riportate le viste prospettiche dello slip e della trazione (più correttamente, nel caso generale in cui la trazione iniziale t_0 sia non nulla, della perturbazione alla trazione T^P).

[°] Scegliendo opportunamente $dt = 27.8 \text{ ms}$ risulta $dx = v_p dt = 166.7 \text{ m}$ (assumendo ancora $v_p = 6 \text{ Km} / \text{ s}$). Essendo la lunghezza massima della regione studiata pari a $20 L_c$, ed essendo ancora $L_c / dx = 5$, si ottiene 16.670 Km come limite superiore dell' estensione della zona studiata.

Si osservano chiaramente le due creste subparallele del crack tip che corrispondono al fronte di rottura principale ed a quello secondario, osservati in fig. 4.1a.

Fig. 4.1. (a) Andamento delle isolinee dello scorrimento in funzione dello spazio ridotto x / L_c e del tempo ridotto $v_S t / L_c$. La regione evidenziata dalla retinatura è la zona di coesione, o breakdown zone. Si può chiaramente osservare lo sdoppiamento del fronte di rottura, a partire dall' istante $t = 9.57 L_c / v_S$. (b) Vista tridimensionale dello slip, il cui valore è normalizzato dalla quantità $m / Dt L_c$.

Fig. 4.1. (c) Vista prospettica della (perturbazione alla) trazione, il cui valore è normalizzato dallo stress drop Δt .

E' importante studiare il legame tra lo scorrimento e la perturbazione dello sforzo di taglio. Questo è mostrato in fig. 4.2, in cui u e T^P sono graficati al variare del tempo in $x = 6 L_c$.

Fig. 4.2. (a) Slip nel punto $x = 6 L_c$. (b) Trazione, anch' essa in $x = 6 L_c$. I parametri utilizzati in questi grafici sono gli stessi utilizzati in fig. 4.1.

La trazione (fig. 4.2b) rimane costante e pari al valore iniziale ($t_0 = -1$) fino a circa $5 L_c / v_S$, poi cresce fino a raggiungere il suo valore massimo ($t_u = 0.8$). A questo istante ($t = 7 L_c / v_S$) si ha il rilascio di sforzo: lo scorrimento comincia ad aumentare e cresce, come già detto, indefinitamente, mentre la trazione rimane uguale al valore cinetico ($t_f = -1.0$). Proprio perché lo slip aumenta nel tempo senza mai arrestarsi ad un valore costante (la durata della dislocazione è funzione della dimensione totale della rottura) non si osserva la cicatrizzazione della rottura ed il crack tip continua a propagarsi nello spazio.

4.1.2. Importanza del parametro di strength

Dal criterio di frattura $|T| \leq S$, con $S = S(u)$, assunto nel presente modello scaturisce la dipendenza delle soluzioni dal valore assoluto assunto dallo strength S , ma non dalle combinazioni degli sforzi di taglio t_0 , t_u e t_f che forniscono quel particolare valore. In letteratura (Andrews, 1985) è stato mostrato che qualora S raggiunga e superi 1.77 il fronte di rottura non può biforcarsi e la velocità di rottura limite è la velocità di Rayleigh.

Questa situazione è stata riprodotta in fig. 4.3, in cui il rapporto tra la velocità delle onde P e delle onde S rimane invariato, t_0 , t_u e t_f sono rispettivamente 0, 1.77 e -1 , L_c è ancora $5 dx$ e la velocità forzante iniziale è mantenuta uguale a $0.7 v_R$. L' estensione della zona coesiva è ora sensibilmente più stretta e ciò si giustifica semplicemente considerando che d_0 dipende inversamente da t_u , l' unico parametro che è stato variato in questo calcolo, rispetto alla situazione di riferimento esaminata nel precedente paragrafo.

Fig. 4.3. Caso in cui S è uguale a 1.77, ottenuto portando t_u a 1.77 e lasciando t_0 e t_f invariati rispetto alla situazione studiata nel precedente paragrafo. La breakdown zone è più stretta, ma conserva la tendenza ad assottigliarsi con l'evolvere della frattura ed inoltre il crack non accelera più verso l'instabilità con la velocità delle onde P, ma la velocità limite è v_R .

In fig. 4.4 è riportato il dominio delle velocità di propagazione della frattura nello spazio dei parametri S ed L_c / L , ove L è la distanza alla quale, ad un certo istante, è giunto il crack tip. Tale risultato è stato ottenuto numericamente da Andrews (1985) nel caso di rotture di tipo in – plane inizialmente forzate a propagarsi con $v_{force} = 0.5 v_R$. Come si può vedere, al crescere di S una velocità superiore a quella di Rayleigh è raggiunta solamente a grande distanza dall'origine e non è più raggiunta per $S \geq 1.77$. La fig. 4.4 mostra inoltre come la velocità limite aumenti con L , in accordo con quanto osservato in precedenza (§ 4.1.1).

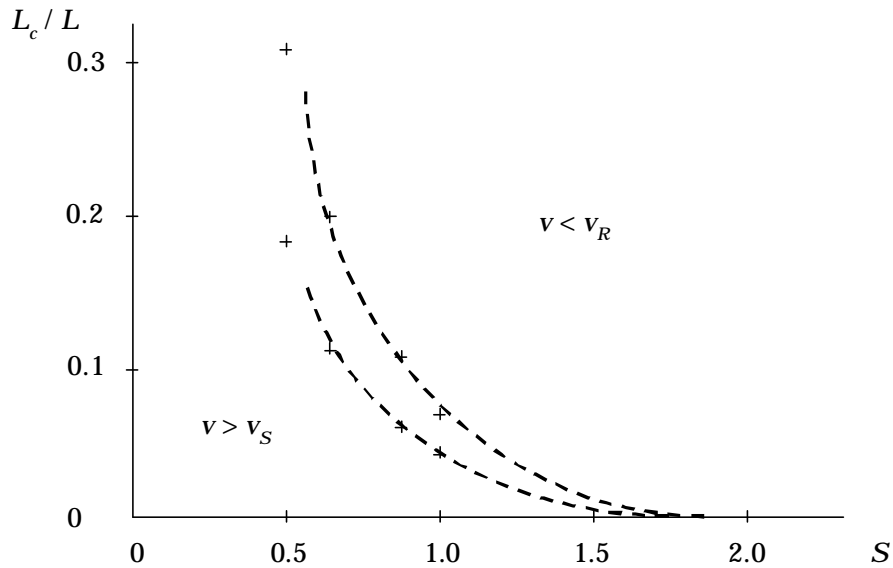


Fig. 4.4. Andamento della velocità limite di propagazione della frattura al variare dei parametri S ed L_c / L . L rappresenta la distanza a cui è giunto il crack tip ad un certo istante t . La zona compresa tra le due curve è di transizione ed i punti evidenziati dalle croci indicano l' inizio e la conclusione di tale regione, corrispondenti a simulazioni numeriche con $S = 0.5, 0.667, 0.8$ e 1.0 . Il valore $L_c / L = 0$ identifica il limite di frattura che si è propagata a distanza infinita dall' origine $x = 0$.

4.1.3. Variazione spaziale di S

Come mostrato nel precedente paragrafo, S ha un ruolo molto importante nella fase di propagazione dinamica della rottura, in quanto è in grado di impedire al fronte di rottura di accelerare a velocità super – shear. Nelle faglie reali lo strength assume diversi valori al cambiare della posizione, poiché variano i valori degli sforzi di taglio t_0 , t_u e t_f , cioè S è distribuito in modo eterogeneo e sarebbe pertanto irrealistico e restrittivo supporlo uniforme. Inoltre Ohnaka (1990) ha osservato che le determinazioni sperimentali di L_c risultano in accordo con le previsioni ottenute da (2.3.13) solamente nel caso in cui lo strength sia distribuito uniformemente sulla faglia. Se, al contrario, S varia nello spazio, la precedente formula porta a sottostime della

semilunghezza critica.

Per esaminare più in dettaglio in che modo una distribuzione non uniforme dello strength influenzi il processo di nucleazione, è stata modificata la procedura numerica proposta da Andrews, consentendo a t_u , e conseguentemente ad S , di variare nello spazio, come indicato in fig. 4.5. E' tuttavia mio interesse studiare anche l' " effetto barriera " (§ 1.2.4): per fare questo è necessario che d_0 rimanga invece costante in tutta l' estensione spaziale della faglia; in questo modo infatti nella legge costitutiva varia solamente la trazione massima, mentre gli altri parametri (t_0 , t_f e d_0) rimangono invariati. Ciò è possibile ridefinendo L_c come:

$$L_c' \equiv \frac{t_{u_2} - t_f}{t_{u_1} - t_f} L_c$$

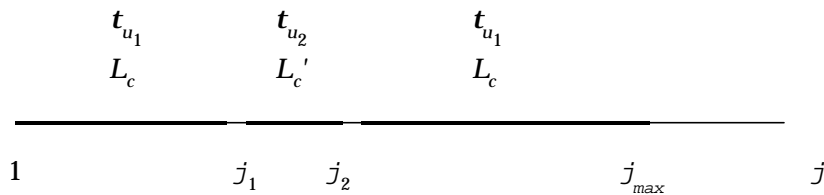


Fig. 4.5. La variazione lungo x della trazione massima t_u permette di introdurre nel modello una eterogeneità spaziale dello strength. Per studiare anche l' " effetto barriera ", nella regione in cui t_u è diverso è stato ridefinito L_c come $L_c' \equiv L_c (t_{u_2} - t_f) / (t_{u_1} - t_f)$. A causa del legame esistente tra la tolleranza ϵ e t_u , ho definito un diverso valore di ϵ nelle tre zone.

Un altro modo per variare S nello spazio — rimandato a sviluppi futuri — è quello di introdurre una eterogeneità spaziale nella distribuzione della trazione iniziale t_0 . Questo, invece di realizzare l' " effetto barriera ", mostrerebbe le conseguenze di eventi sismici che si sono avuti nel passato e che hanno caricato in maniera diversa i punti della faglia studiata. In questo modo sarebbero considerate le interazioni tra faglie ovvero tra loro segmenti.

Nel caso in cui la variazione di S si realizzi modificando il valore di t_u lungo la faglia, a differenza di quanto accadeva al paragrafo 4.1.1, l' energia G spesa

durante il processo di rottura non è costante, ma varia nello spazio (cfr. (1.2.18)).

Per studiare gli effetti di variazioni dello strength sulle tre fasi del processo dinamico di rottura viene innanzitutto studiata l' importanza dell' " altezza " di una barriera. Sono state compiute tre simulazioni introducendo nello stesso intervallo ([21 Δx , 32 Δx] = [4.2 L_c , 6.4 L_c]) barriere di diversa intensità: S vale 1.1, 1.77 e 2.5, mentre nelle zone restanti della faglia lo strength rimane 0.8. I grafici dello scorrimento corrispondenti alle situazioni descritte sono presentati in fig. 4.6.

In fig. 4.6a la barriera ha uno strength uguale a 1.1: confrontato con fig. 4.1a lo slip mostra una lieve perturbazione nella zona di coesione in corrispondenza della barriera stessa, ma un significativo ritardo nella comparsa della biforcazione, la quale inizia a $t = 11.1 L_c / v_S$ (invece che a $t = 9.57 L_c / v_S$ come in fig. 4.1a). E' poi interessante notare che il fronte secondario si sdoppia ulteriormente.

Fig. 4.6. (a) Tutti i parametri sono identici a quelli utilizzati nella prima simulazione (fig. 4.1) ad eccezione di t_u che ora è fissato a 1.1 nell' intervallo x e [21 Δx , 32 Δx] = [4.2 L_c , 6.4 L_c].

Fig. 4.6. (b) e (c) Sempre in tale regione dello spazio la barriera ha S uguale a 1.77 e 2.5 rispettivamente. Nell' ultimo caso, invece che a $t = 9.57 L_c / v_S$, subito dopo il termine della barriera, in corrispondenza di $t = 8.65 L_c / v_S$, il crack accelera rapidamente verso la velocità delle onde P, raggiungendo cioè l' instabilità molto prima di quanto accadesse nella simulazione con S costante su tutta la faglia.

Portando S a 1.77 (fig. 4.6b) la zona di coesione viene perturbata più profondamente e questo si riflette anche a tempi maggiori: ora la velocità finale di propagazione della rottura non raggiunge v_P neppure a $15 L_c / v_S$. Aumentando ancora t_u , fino a portare il valore di S pari a 2.5 (fig. 4.6c), l'

andamento dello scorrimento è molto cambiato rispetto ai due casi precedenti ed alla situazione di riferimento (fig. 4.1a): ora la biforcazione nella breakdown zone scompare, ma il crack subito dopo la fine della barriera evolve con maggiore instabilità, propagandosi infatti già a v_p . Questo risultato è importante poiché mostra che una zona ad alto strength è in grado di portare una frattura ad uno stato di alta instabilità, con velocità di propagazione significativamente superiori — a parità di distanza dall' origine del crack — rispetto ad una situazione con S distribuito in maniera uniforme.

Dopo aver studiato l' importanza del valore di S analizzeremo ora l' effetto della posizione della barriera, cioè della sua distanza dal punto in cui ha origine la rottura ($x = 0$).

In fig. 4.7a è rappresentato lo slip in un caso in cui la barriera viene collocata nell' intervallo $[12.8 L_c , 14.8 L_c]$ ed S viene qui fissato a 2. La simulazione mostra che se la barriera è sufficientemente distante dall' origine della frattura e la sua entità è modesta essa riesce a perturbare solamente la zona di coesione. Le curve di livello dello scorrimento (fig. 4.7a) che sono all' interno del fronte di rottura principale non sono modificate dalla presenza della barriera. Solamente il crack tip secondario è perturbato, infatti la barriera lo interrompe senza però arrestarlo: in corrispondenza della sua conclusione lo scorrimento è nuovamente non nullo, anche se assume valori inferiori rispetto a quelli che si avevano in assenza di barriere, come si può desumere confrontando fig. 4.7b con fig. 4.1b.

Fig. 4.7. Contour plot (a) e vista tridimensionale (b) dello scorrimento nel caso di una barriera in $[12.8 L_c , 14.8 L_c]$ caratterizzata da $S = 2$. Ora che la barriera è sufficientemente lontana dalla rottura, solamente la zona di coesione viene alterata.

Anche fig. 4.8 consente di studiare quanto sia importante la posizione in cui è situata la zona ad alto strength. In questa configurazione la barriera si estende dall' origine fino a $4.2 L_c$ compreso ed ha un' intensità (S) di 1.77. Inizialmente la frattura avanza con velocità costante (e pari alla forzatura iniziale v_{force}), ma quando essa termina, ed il crack penetra nella regione con $S = 0.8$, invece di avere come velocità limite quella di Rayleigh, come nel caso con $S = 1.77$ ovunque (fig. 4.2), la rottura riesce ad accelerare, ma invece di

avere uno sdoppiamento del fronte di rottura, già a $t = 8.45 L_c / v_S$ evolve con velocità delle onde P. Si noti infine un effetto osservato e giustificato in seguito: dopo la conclusione della barriera la cohesive zone si allarga notevolmente, per poi riprendere il suo assottigliamento, già discusso in precedenza (§ 4.4.1).

Fig. 4.8. Importanza della collocazione spaziale di una barriera. In questa simulazione essa è estesa dall' origine fino a $4.2 L_c$ ed in tale regione S è 1.77. Penetrando nella zona con $S = 0.8$ la frattura riesce ad accelerare e addirittura procede a v_p già a partire da $t = 8.45 L_c / v_S$, invece che da $9.57 L_c / v_S$, come nel caso con strength uniforme.

Per concludere, si esaminerà ora l' importanza dell' estensione spaziale di una barriera. Verranno esaminate due situazioni in cui la barriera ha sempre lo stesso valore ($S = 9.35$), ma ha diversa lunghezza: nel primo caso essa è collocata in $[11.6 L_c, 13 L_c]$, mentre nel secondo in $[12.4 L_c, 13 L_c]$.

I risultati che si ottengono nella prima configurazione sono proposti in figg. 4.9a e 4.9b, in cui vi sono, rispettivamente, le curve di livello dello scorrimento e la trazione vista in tre dimensioni. In fig. 4.9a si può chiaramente osservare come la zona di coesione sia perturbata: la parte della biforcazione che precede la barriera è inalterata, ma in seguito essa viene

Capitolo quarto

spostata verso l' alto, ovvero ritardata, come pure è ritardato il punto in cui la velocità di propagazione è quella delle onde P. E' molto importante osservare che a tempi grandi l' effetto della barriera viene avvertito (cioè lo spostamento viene alterato) prima ancora di giungere nella zona in cui lo strength è più alto. Questo mostra che la presenza di una barriera non è un fatto locale, cioè non ha effetti solo nella regione in cui è situata ed in quelle successive, ma influenza più o meno profondamente tutto il processo di rottura. Inoltre tale perturbazione si attenua nel tempo: si noti infatti come le curve di superficie a grandi tempi risultino assai più simili a quelle di fig. 4.1a di quanto non lo siano quelle vicine alla zona di coesione (cioè quelle a tempi inferiori). In fig. 4.9b si ha la trazione (come di consueto normalizzata dallo stress drop Dt) in funzione dello spazio e del tempo ridotti. Si noti come dopo il passaggio del fronte di rottura la trazione rimanga in uno stato altamente eterogeneo. Questo è un esempio di come una barriera (cioè di una zona della faglia in cui si aveva un alto valore dello strength) si possa trasformare dopo il processo di rottura in una asperità (cioè una regione caratterizzata da un alto sforzo di taglio). Questa zona caricata è una buona candidata per produrre aftershocks, cioè repliche.

In fig. 4.9c sono invece riportate le isolinee dello scorrimento che risulta dalla seconda simulazione, cioè quella in cui, come anticipato, S rimane uguale a 9.35, ma la barriera si estende soltanto in $[12.4 L_c , 13 L_c]$. Riducendo la lunghezza della barriera si osserva come il comportamento studiato nel caso precedente sia ancora presente: oltre alla zona di coesione del fronte di rottura secondario viene perturbato anche lo scorrimento del crack tip principale, nonché lo slip al suo interno. Il ritardo nella rottura è tuttavia inferiore rispetto a quello che si aveva con la barriera più lunga (fig. 4.9a).

Fig. 4.9. Andamento dello slip (a) e della trazione (b) in una faglia in cui è introdotta una barriera, con $S = 9.35$, nella regione $[11.6 L_c , 13 L_c]$. Si osservi come la perturbazione causata dalla presenza della barriera si propaghi, attenuandosi, nel tempo ed in zone in cui S mantiene ancora il suo valore originario (0.8). (c) La zona con $S = 9.35$ è stata ridotta — ora è l' intervallo $[12.4 L_c , 13 L_c]$ — con lo scopo di evidenziare l' importanza dell' estensione di una barriera.

E' stato osservato in precedenza (fig. 4.8) come in corrispondenza della conclusione della barriera si manifesti un allargamento della zona di coesione che verrebbe a contraddire il comportamento generale secondo il quale la breakdown zone si riduce più ci si allontana dall' origine della rottura. Tale effetto è riprodotto anche in una configurazione in cui una barriera con strength pari a 8 è situata nella regione [$7.6 L_c$, $7.8 L_c$], il cui scorrimento corrispondente è mostrato in fig. 4.10. L' allargamento della zona di coesione può essere giustificato in questo modo: se non vi fosse la barriera si avrebbe la biforcazione del crack tip, come mostrato in fig. 4.1a. Quando tale biforcazione si chiude, ovvero quando i fronti di rottura principale e secondario si uniscono, la zona di coesione effettivamente presenta un allargamento. Allora l' ingrossamento visibile in figg. 4.8 e 4.10 può esser considerato come un “ residuo ” di tale congiungimento del fronte principale con quello secondario.

Fig. 4.10. Effetto di una barriera di entità 8 posta in [$7.6 L_c$, $7.8 L_c$]: l' allargamento della zona di coesione, tra $x = 7.85 L_c$ ed $x = 10.4 L_c$ si può giustificare considerandolo come un “ residuo ” di ciò che accadrebbe nel punto di ricongiunzione del fronte principale e di quello secondario se S fosse uniforme (cfr. fig. 4.1a).

Le simulazioni effettuate e discusse in precedenza hanno evidenziato che

nel processo di propagazione sono importanti tre fattori: (1) intensità della barriera (ovvero valore dello strength); (2) collocazione spaziale della barriera sulla faglia; (3) estensione della barriera. Sono stati così estesi i risultati ottenuti da Das & Aki (1977b), i quali, utilizzando il metodo numerico proposto da Hamano e descritto in Das & Aki (1977a), hanno studiato l' effetto dell' intensità di una o due barriere sull' andamento nel tempo (in un punto fissato) dello scorrimento che si ha in una frattura 2 - D, di tipo in - plane, in cui si assume come legge costitutiva lo slip - weakening, in un mezzo elastico, infinito ed omogeneo. Essi hanno studiato quattro casi di distribuzione delle barriere:

- P-SV-0: non vi sono barriere ed il crack si estende su tutta l' intera lunghezza della faglia, riducendosi in intensità al passare del tempo;
- P-SV-1: in un punto del piano di faglia è posta una barriera caratterizzata dal valore β di $1 + S$: in questa configurazione lo spostamento si annulla in corrispondenza di quel punto, ma la barriera non viene rotta (per istanti successivi l' andamento dello spostamento rimane infatti del tutto analogo);
- P-SV-2: sono collocate ora due barriere con $1 + S = 6$: il comportamento è simile a quello osservato nella situazione precedente;
- P-SV-3: due barriere di entità inferiore ($1 + S = 2.5$) esistono in due punti del grigliato: in questo caso le barriere vengono rotte, infatti mentre in certi istanti lo spostamento si annulla quando il fronte del crack le incontra, per tempi successivi lo scorrimento è non nullo per tutti i punti della faglia, tranne che ai due estremi. In questo ultimo esempio la slip history è molto più complessa e lo slip finale statico è simile al caso P-SV-0.

Come verrà ripreso nel capitolo quinto, una osservazione che emerge studiando i risultati ottenuti in questo paragrafo è che in nessuna delle simulazioni compiute si è riusciti ad arrestare completamente la rottura. Anche scegliendo barriere di intensità ed estensione superiori a quelle introdotte in precedenza, i fronti $u = \text{COST}$ vengono solamente ritardati, cioè traslati verso valori maggiori del tempo ridotto, ma mai arrestati totalmente. In altri termini,

la frattura possiede sempre un' energia sufficiente per penetrare la barriera e proseguire la sua propagazione dinamica.

4.1.4. Effetto di variazioni dei parametri costitutivi d_0 ed L_c nelle fasi di nucleazione e di propagazione dinamica del crack

Nel precedente paragrafo, come già osservato, è stato mantenuto d_0 costante su tutta la faglia. Se tuttavia, mantenendo costanti i tre parametri di sforzo, si cambia la semilunghezza critica L_c , in virtù di (2.3.13), cambia anche d_0 . La variazione di d_0 è molto importante, in quanto questo parametro rappresenta, come sarà studiato in seguito (§ 5.1), la lunghezza di scala su cui si compie il processo di rilascio dell' energia. Si ricordi infatti che d_0 controlla l' estensione della zona di coesione.

In fig. 4.11 è mostrato il caso con $L_c = 7 dx$ (invece che $5 dx$, come nel paragrafo 4.1.1).

Fig. 4.11. Effetto di variazioni del parametro costitutivo L_c (e conseguentemente di d_0), realizzato portando a 7 il rapporto L_c / dx e lasciando invariato lo strength ($S = 0.8$). Ora la zona di coesione è più larga rispetto alla situazione di riferimento (fig. 4.1a).

Poiché anche d_0 aumenta come L_c (equazione (2.3.13)) ora la cohesive zone è più larga e si ritarda la biforcazione, cioè si prolunga la fase di propagazione con $v = v_R$.

4.1.5. Importanza delle condizioni iniziali

Il modello di rottura qui studiato prevede, come già detto nel paragrafo 2.3, che la nucleazione sia imposta tramite una forzatura iniziale (v_{force}). Inoltre una seconda condizione iniziale è il valore dello sforzo t_0 che la faglia possiede fino all' istante precedente l' iniziazione.

Questo paragrafo si propone di evidenziare, mediante alcuni esempi, quale importanza abbiano tali condizioni iniziali.

Studiamo innanzitutto gli effetti di v_{force} . Abbiamo immaginato di ridurre v_{force} a $0.3 v_R$; lo scorrimento che si ottiene è riportato in fig. 4.12a. Si manifestano due effetti che in certo senso sono in competizione: da una lato si ritarda la transizione dalla propagazione a velocità costante all' evoluzione spontanea. Questo può essere interpretato considerando che il carico dinamico della zona che ha già rotto è ora inferiore, alla stessa distanza dall' origine, rispetto al caso con $v_{force} = 0.7 v_R$. Dall' altro viene anticipata la biforcazione del fronte di rottura e quindi l' accelerazione alla fase altamente instabile, in cui cioè $v \rightarrow v_p$.

Nella seconda simulazione, al contrario, v_{force} è più grande rispetto a quella scelta nella configurazione di riferimento (§ 4.1.1): ora è $v_{force} = 1.1 v_R$. Lo slip che si ottiene in questo caso è presentato in fig. 4.12b. Si osserva che la biforcazione scompare, ma a partire da $t = 6.78 L_c / v_S$ la rottura avanza già a v_p .

E' possibile osservare, sempre da fig. 4.12b, che è ancora presente il fronte di rottura principale che avanza con la velocità delle onde di Rayleigh: esso è evidenziato dalla leggera curvatura delle linee di livello all' interno della zona fratturata. Ora tuttavia, poiché la rottura già a partire da $t = 6.78 L_c / v_S$

avanza con velocità pari a v_p la biforcazione non si osserva più e la zona di coesione è unica.

Fig. 4.12. Importanza della velocità di carico iniziale. (a) $v_{force} = 0.3 v_R$. (b) $v_{force} = 1.1 v_R$. In entrambi i casi lo strength è uniforme su tutta la faglia e vale 0.8. In (b) si può osservare un allargamento della regione di coesione fra 3 e 4 L_c circa, che può essere “ giustificata ” come osservato nel paragrafo 4.1.3.

Come già sottolineato nel paragrafo 4.1.3, lo sforzo di taglio iniziale t_0 ha un ruolo molto importante poiché una sua variazione provoca un cambiamento nello strength S . Mentre t_u rappresenta una caratteristica permanente del materiale, t_0 è una quantità che dipende da come la struttura è stata caricata in passato. La conoscenza di t_0 è dunque importante come quella di t_u .

Per studiare quanto il sistema sia sensibile a variazioni del carico iniziale è stata simulata una faglia con $t_0 = -0.05$, invece che 0, come in fig. 4.1a. Lo scorrimento che si ha in questo caso è proposto in fig. 4.13: è ancora visibile il punto di ginocchio in corrispondenza del quale la rottura accelera in maniera spontanea. Si può inoltre osservare come il piccolo cambiamento in t_0 produca un significativo ritardo (circa $3 L_c / v_S$) nella biforcazione del fronte di rottura. Ora infatti, invece di essere uguale a 0.8, lo strength risulta pari a 0.89, cioè la faglia ha una maggiore resistenza alla frattura.

Fig. 4.13. Effetto di variazione della trazione di taglio t_0 sulla propagazione della rottura. Ora è $t_0 = -0.05$ invece che $t_0 = 0$, come nel paragrafo 4.1.1 e si osserva che la fase instabile è ora sensibilmente ritardata.

4.2. Simulazione dinamica di una frattura con leggi di attrito

Verrà ora studiato il problema dinamico per una frattura piana 2 - D (si propaga lungo x_1), assumendo sulla faglia la legge costitutiva di Dieterich in forma ridotta invece che lo slip - weakening. Le simulazioni numeriche effettuate sono realizzate utilizzando il codice di calcolo alle differenze finite sviluppato da Andrews (1973) ed implementato nei modi descritti in seguito.

Anche in questo caso verranno prima di tutto presentate le soluzioni che si hanno in un test di riferimento per verificare il buon funzionamento del codice numerico e successivamente saranno discussi i risultati, la quasi totalità dei quali è originale, che riguardano principalmente l' effetto dei parametri costitutivi e le conseguenze di loro variazioni nello spazio.

4.2.1. Interpretazione dei risultati

Nella prima simulazione di frattura governata dalla legge costitutiva di Dieterich ridotta (1.3.16a), compiuta , come anticipato, con lo scopo principale di eseguire un test sul codice numerico, si è ipotizzato di avere due materiali con identiche caratteristiche fisiche: $\rho = 3000 \text{ Kg} / \text{m}^3$, $v_p = 5196 \text{ m} / \text{s}$ e $v_s = 3000 \text{ m} / \text{s}$. Come accadrà per i risultati presentati in seguito, la velocità iniziale di scorrimento e gli sforzi normali p_0 lungo x_1 ed x_2 vengono assunti uguali a $10 \text{ mm} / \text{s}$ e 100 MPa , rispettivamente. Il crack nuclea nel centro della regione studiata e l' estensione della zona di nucleazione è pari a 3 m . I parametri della legge di attrito sono stati scelti nella maniera seguente: $f_0 = 0.56$, $v_* = 10^3 \text{ m} / \text{s}$ (valori che non verranno cambiati nelle simulazioni effettuate nel corso di questo capitolo), $a = 0.012$, $b = 0.016$ ed $L = 10 \text{ mm}$, tipico valore di laboratorio, come osservato, per esempio, da Marone & Kilgore (1993). I valori di f_0 , a e b sono assai simili a quelli utilizzati nelle simulazioni di Okubo (1989).

I risultati sono riportati in fig. 4.14, in particolare, in fig. 4.14a è graficato l' andamento dello spostamento al variare della posizione e del tempo: il crack si

estende con simmetria bilaterale e si sviluppa indefinitamente, infatti nel modello numerico sviluppato originariamente da Andrews non è previsto un meccanismo di arresto della frattura. Come precedentemente osservato (§ 4.1.1), la pendenza della retta tangente al fronte di rottura, misurata dalla verticale, fornisce la velocità di propagazione del crack. Si osservano chiaramente tre fasi, le quali verranno studiate con maggiore attenzione in seguito, contraddistinte da diversi valori della velocità di rottura: una prima fase, fino a 1.33 ms , in cui la frattura evolve in maniera quasi – statica, con una velocità di circa 1080 m / s ; un regime di transizione, fino a $t = 1.78 \text{ ms}$, in cui la rottura accelera ed infine la fase instabile, in cui la propagazione avviene in maniera dinamica, con una velocità pari a 2380 m / s , cioè inferiore alla velocità di Rayleigh che in questa configurazione risulta uguale a 2758 m / s . E' assai utile operare una semplificazione, approssimando l' andamento del fronte di rottura con una linea spezzata: in questo modo è possibile definire, all' interno della fase di transizione, un punto di ginocchio — situato in questo caso a $t = 1.58 \text{ ms}$ — il quale stabilisce il confine tra l' evoluzione quasi – statica e quella dinamica.

Per meglio osservare il comportamento dello scorrimento nei primi istanti dell' evoluzione quasi – statica, nelle figure 4.14b e 4.14c sono riportati degli ingrandimenti dell' andamento dello slip dai quali è possibile vedere che nella fase iniziale la frattura evolve senza presentare bruschi aumenti della velocità di propagazione.

In fig. 4.14d è presentato l' andamento della slip velocity, che mostra significative variazioni in corrispondenza del crack tip, le quali si accentuano con il trascorrere del tempo. In particolare, sul fronte di rottura la velocità di scorrimento è massima ed assume valori di circa 4 m / s . Questo comportamento era chiaramente osservabile anche nelle precedenti simulazioni con lo slip – weakening: osservando, ad esempio, fig. 4.1a è possibile vedere come le curve di livello dello scorrimento siano sempre più vicine man mano che ci si approssima al fronte di rottura e ciò rappresenta appunto una maggiore variazione dello slip nello spazio e nel tempo.

In fig. 4.14e compare, infine, la trazione (sforzo di taglio), come sempre in funzione di x e di t . Sono ben visibili la concentrazione di sforzo presso il crack

tip ed il rilascio di sforzo dopo la rottura: la zona fratturata, infatti, ha un valore della trazione inferiore a quello presente nella zona ancora integra. Il legame tra lo sforzo di taglio, lo scorrimento e la slip velocity, così come è stato compiuto nel caso dello slip – weakening, verrà mostrato in seguito. E' interessante notare la presenza di due creste della trazione esterne alla regione fratturata, evidenziate nell' istantanea a $t = 1.77 \text{ ms}$, riportata in fig. 4.14f. Tali creste indicano una significativa concentrazione secondaria di sforzo nella zona integra, anche se di entità inferiore rispetto alla trazione presso il fronte della rottura, creste che tuttavia non incidono né sullo scorrimento, né sulla slip velocity, come si può osservare nelle figg. 4.14a e 4.14d. Queste creste possono a nostro giudizio essere giustificate fisicamente considerandole come un effetto di diffrazione del fronte di rottura quando si passa da un' evoluzione quasi – statica, caratterizzata da una moderata velocità di propagazione, all' evoluzione dinamica, in cui la velocità con cui avanza il fronte di rottura è più elevata. Sull' interpretazione di tali creste torneremo in seguito.

Fig. 4.14. Risultati della prima simulazione di una frattura che si sviluppa lungo una linea che separa due materiali con uguali caratteristiche ($r = 3000 \text{ Kg} / \text{m}^3$, $v_p = 5196 \text{ m} / \text{s}$ e $v_s = 3000 \text{ m} / \text{s}$). I parametri della Dieterich ridotta sono: $f_0 = 0.56$,

$v_* = 10^3 \text{ m / s}$, $a = 0.012$, $b = 0.016$, $L = 10 \text{ mm}$. (a) Andamento dello scorrimento nel piano xt (b) e (c) Ingrandimenti, 2x e 10x rispettivamente, della zona racchiusa all'interno del quadrato tratteggiato in (a) e (b), cioè vicino alla nucleazione. (d) Andamento della velocità di scorrimento. (e) Trazione al variare dello spazio e del tempo: è interessante la presenza di due creste secondarie, nella regione non ancora fratturata, evidenziate nell' istantanea (f) a $t = 1.77 \text{ ms}$. Come in seguito, i valori dello spostamento sono espressi in m , quelli della slip velocity in m / s e quelli degli sforzi di taglio in Pa .

Il legame tra lo slip, la velocità di scorrimento e lo sforzo di taglio è mostrato in fig. 4.15, in cui sono graficate tali quantità al variare del tempo, in $x = 3 \text{ m}$. La trazione (fig. 4.15c) si mantiene costante e pari al valore iniziale (t_0 espresso da (2.3.17)) fino a 0.58 ms , istante in cui compare la cresta secondaria la quale non ha alcun effetto né sullo scorrimento (fig. 4.15a), né sulla slip velocity (fig. 4.15b). Dopo tale cresta lo sforzo aumenta e quando raggiunge il suo valore massimo (a $t = 1.86 \text{ ms}$) la faglia rompe: lo scorrimento aumenta e la slip velocity varia repentinamente. In seguito alla rottura si ha il rilascio di sforzo, il quale è accompagnato da una continua crescita, pressoché costante, dello slip e dalla diminuzione della velocità di scorrimento. Quest'ultima esibisce un comportamento oscillatorio all' interno della regione fratturata, così come accade per la trazione. Esso può essere interpretato come un effetto numerico.

Fig. 4.15. Legame tra lo scorrimento (a), la velocità di scorrimento (b) e lo sforzo di taglio (c) al variare del tempo ed in $x = 3 \text{ m}$. I parametri sono gli stessi utilizzati in fig. 4.14a.

4.2.2. Importanza dei parametri costitutivi a , b ed L nel processo di nucleazione e di propagazione dinamica della rottura

I parametri a e b Come descritto nel paragrafo 1.3.6, in letteratura sono stati distinti due differenti campi di velocità che corrispondono a diverse caratteristiche del processo di fratturazione. Il caso velocity weakening, descritto analiticamente in termini dei parametri delle leggi di attrito dalla condizione $(b - a) > 0$ nel caso in cui lo sforzo normale s_n sia costante, descrive un comportamento della faglia che può essere considerato sismico, cioè opportunamente caricata, la struttura sismogenetica è in grado di rilasciare istantaneamente lo sforzo che ha accumulato. Il secondo campo di velocità è il velocity strengthening, per il quale è $(b - a) < 0$. Quest' ultimo contraddistingue invece faglie in cui lo scorrimento avviene in maniera asismica, cioè stabile.

Nel paragrafo precedente è stata considerata una situazione di tipo velocity weakening; ora è nostro interesse riprodurre anche il secondo comportamento in una situazione 2 - D, esaminandone le caratteristiche e confrontandoli, così come è stato fatto ampiamente in letteratura per il modello unidimensionale dello spring slider.

Il successivo obiettivo, sul quale ci soffermeremo in seguito (§ 4.2.3), è quello di generalizzare al caso 2 - D il modello di Boatwright & Cocco (1996). Come già detto nel paragrafo 1.3.6, Boatwright & Cocco hanno discusso, in un sistema massa - molla 1 - D, la possibilità di interpretare le eterogeneità nella distribuzione dello scorrimento che è stata osservata durante terremoti di elevata magnitudo in termini di variazioni sulla superficie di faglia dei parametri costitutivi delle leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato. Essi hanno distinto, all' interno dei due campi di velocità weakening e strengthening, quattro comportamenti: strong e weak seismic, compliant e viscous. Il primo è caratterizzato, come già detto, da rilasci di sforzo molto maggiori rispetto a quelli corrispondenti al comportamento weak seismic. Le aree compliant poi, pur essendo velocity strengthening, possono essere forzate e condotte ad un' instabilità dinamica se sufficientemente caricate, mentre il comportamento viscous è caratterizzato da uno scorrimento stabile sia sotto un

carico improvviso che graduale.

Consideriamo innanzitutto una situazione in cui risulti $(b - a) < 0$, cioè un caso di velocity strengthening: in questo caso ci aspettiamo un moto stabile. Fig. 4.16 mostra una situazione di questo tipo: confrontato con il caso velocity weakening (fig. 4.14a), lo scorrimento u assume valori di oltre due ordini di grandezza inferiori e soprattutto il suo andamento mostra che la rottura non diviene instabile a nessun tempo, ma evolve con una velocità di propagazione costante e molto bassa (la tangente al crack tip è praticamente verticale !). Anche la trazione (fig. 4.16b) consente di evidenziare un' altra importante differenza tra i due regimi: ora il rilascio di sforzo invece di essere $1.5 Pa$, come si può desumere da fig. 4.14f, è di circa $0.2 Pa$.

Fig. 4.16. Situazione di tipo velocity strengthening per il sistema 2 - D studiato, ottenuta invertendo i valori dei parametri costitutivi a e b (ora sono $a = 0.016$, $b = 0.012$). (a) Slip. (b) Istantanea della trazione $t = 1.77 ms$. Come in fig. 4.14f — anch' essa allo stesso istante — si possono osservare le due creste secondarie della trazione nella regione integra, anche se di entità notevolmente inferiore.

Nell' ipotesi $(b - a) > 0$, aumentando la differenza tra a e b , in particolare diminuendo progressivamente il valore di a , è possibile simulare una frattura con maggiore instabilità e quindi cercare di definire il comportamento strong seismic.

Da fig. 4.17a, ottenuta con $a = 0.01$, è possibile infatti ricavare un valore di circa 2670 m/s per la velocità di scorrimento, cioè un valore maggiore rispetto a quello tipico del regime velocity weakening, ed individuare in $t = 0.56 \text{ ms}$ la transizione tra una prima fase nella nucleazione ed una seconda con evoluzione dinamica a velocità superiore. Ora il crack non possiede una fase quasi - statica nella iniziazione, ma accelera subito verso l' instabilità.

I calcoli i cui risultati sono proposti in fig. 4.17b e 4.17c sono ottenuti ponendo il valore di a uguale a 0.0089 e 0.0085 rispettivamente. La rottura ora evolve fino dai primi istanti ad una velocità di circa 2670 m/s , perdendo la fase quasi - statica, ma è chiaramente visibile un fronte di rottura secondario, il quale si propaga a velocità superiore. Osservando fig. 4.17c si può stimare tale velocità pari a 3500 m/s , quindi superiore a quella di un' onda S, fino a 2.26 ms ; in seguito essa aumenta ancora, fino a raggiungere asintoticamente quella di un' onda P. Quando a è uguale a 0.0085 il fronte di rottura secondario compare ancora prima e si propaga già a v_p ; inoltre si accentuano gli effetti di interferenza tra i due fronti, visibili nelle porzioni superiori del piano xt , a sinistra e a destra (fig. 4.17d). La biforcazione del fronte di rottura in una faglia con la legge costitutiva di Dieterich in forma ridotta è stata osservata da Okubo (1989), ma sotto ipotesi semplificative, come discusso nel paragrafo 5.1, e pertanto i risultati qui presentati sono originali e più generali.

E' pertanto possibile considerare i casi di figg. 4.17b e 4.17c come esempi di comportamenti di tipo strong seismic, definiti da Boatwright & Cocco (1996) dalla condizione $(B - A) \gg 0$: ora infatti la quantità $(b - a)$ vale 0.0071 e 0.0075 rispettivamente, anziché 0.004 come nella situazione del paragrafo 4.2.1.

Fig. 4.17. Esempi di faglie caratterizzate da $(b - a) \gg 0$. (a) $a = 0.01$; (b) $a = 0.0089$; (c), (d) $a = 0.0085$. In tutti i casi rimane $b = 0.016$. Le situazioni (b) e (c) sono esempi di comportamenti di tipo strong seismic. (d) Vista tridimensionale dello slip.

Dopo la modellazione del regime strong ci proponiamo di riprodurre il comportamento weak seismic. Esso, come già osservato (§ 1.3.6), è identificato analiticamente dalla condizione $(B - A) \geq 0$. Per cercare di ottenere anche per una frattura 2 - D tale campo di velocità si è scelta una configurazione in cui $a = 0.015$, $b = 0.016$ ed $L = 0.08$ *mm*. Ora pertanto la differenza $(b - a)$ vale 0.001 invece che 0.004, come nella situazione velocity weakening tipo (fig. 4.14).

L' andamento dello slip (fig. 4.18a) è molto simile a quello di una faglia velocity weakening tipo (fig. 4.14a), in quanto mostra una fase iniziale con evoluzione quasi - statica, un punto di ginocchio ed una successiva accelerazione. Ora però la nucleazione avviene più tardi (a circa 0.23 *ms*) ed inoltre i valori dello spostamento sono inferiori quasi di un ordine di grandezza.

Fig. 4.18. Esempio di comportamento di tipo weak seismic, ottenuto con $a = 0.015$, $b = 0.016$ ed $L = 0.08$ *mm*. Ora risulta $(b - a) = 0.001$, invece che 0.004, come nella configurazione di riferimento esaminata al paragrafo 4.2.1. (a) Slip al variare di x e di t . (b) Trazione nel piano xt . Si osservi l' andamento spiccatamente oscillatorio nella regione che ha già rotto.

In fig. 4.18b è mostrata la trazione corrispondente: anche ora i valori del rilascio di sforzo sono inferiori rispetto alla situazione di riferimento ed è inoltre esaltato l' andamento oscillatorio di T all' interno della regione fratturata, nella quale i massimi relativi hanno un valore di poco inferiore alla concentrazione dello stress di taglio sul fronte di rottura. Tale comportamento oscillatorio, interpretato in precedenza come effetto numerico verrà giustificato (§ 4.2.8) alla luce della condizione di Rice sulla minima risoluzione di griglia (introdotta nel paragrafo 3.3).

Il parametro L . Dopo lo studio del ruolo di a e b verrà ora affrontata la discussione dell' importanza di L sul processo dinamico. Come osservato (§ 1.3.2) L è una distanza caratteristica sulla quale si compie il decadimento dell' attrito da uno stato stazionario ad un altro quando si applica al sistema un' improvvisa variazione nella velocità di carico (esperimento studiato nel caso dello spring slider per esempio da Ruina, 1983 e da Gu et al., 1984). Vedremo in seguito (§ 4.2.3) come grazie a variazioni laterali del parametro costitutivo L si può ottenere l' arresto della frattura.

Nella prima simulazione si considera una faglia in cui a e b rimangono invariati rispetto alla configurazione tipo (cioè $a = 0.012$ e $b = 0.016$), mentre è stato aumentato di poco (appena 1 mm) il valore di L , che ora dunque è uguale a 11 mm . Lo slip e la trazione che si ottengono in questo caso sono riportati in figg. 4.19a e 4.19b. Si può osservare un evidente ritardo nella transizione alla fase instabile: in questo caso il punto di ginocchio è a circa 1.89 ms . Questo può essere interpretato in termini del carico iniziale. L' attrito t_0 infatti dipende da L (cfr. (2.4.5)): in particolare un aumento di L produce una diminuzione del carico iniziale e conseguentemente si ritarda la fase instabile. Si osservi come anche in questa situazione le creste laterali nella trazione (fig. 4.19b) rimangano invariate rispetto alla configurazione di riferimento (§ 4.2.1).

Nella seconda simulazione si è aumentato ulteriormente il valore di L , ora portato a 15 mm . La trazione corrispondente è graficata in fig. 4.19c. Ora l' accelerazione verso l' instabilità è inibita, pur essendo in un regime velocity weakening, per il quale ci aspetteremmo un comportamento instabile.

Studiando uno spring slider, Scholz (1990) attribuisce ad L un ulteriore significato: egli introduce lo *stiffness critico* K_{cr} — da non confondersi con lo stress intensity factor k_c di (1.2.21) — il quale definisce, nell' ambito del campo di velocità *velocity weakening*, un regime instabile per $k < K_{cr}$ e *condizionatamente stabile* (cioè instabile se la velocità di carico è opportunamente grande) per $k > K_{cr}$. In tali disequazioni k è lo stiffness, o costante elastica, della molla che costituisce lo spring slider. Per un sistema di questo tipo, appunto il sistema massa – molla, Rice & Ruina (1983) hanno ricavato, nell' ambito di un' analisi di stabilità, un' espressione per K_{cr} in funzione dei parametri dello spring slider e di A , B ed L . L' espressione dello stiffness critico dipende inoltre dalla scelta della legge costitutiva adottata; in particolare con la legge di Ruina in approssimazione quasi – statica ($m (d/dt)^2 d \cong 0$, con d intendendo lo scorrimento della massa m) esso risulta:

$$K_{cr} = \frac{B - A}{L}$$

Da tale relazione si vede come una crescita di L , a parità dei valori di A e B , causi una diminuzione di K_{cr} , cioè una riduzione dell' intervallo in cui k risulta inferiore a K_{cr} . Secondo questo modello è possibile, cambiando L , passare da un regime *velocity weakening instabile* ad uno *velocity weakening condizionatamente stabile*.

Nel caso di sistemi con più di un grado di libertà l' espressione di K_{cr} ricavata da Rice & Ruina (1983) non è più applicabile e pertanto non esiste nel nostro sistema 2 – D la possibilità di definire uno stiffness critico e conseguentemente di individuare analiticamente un regime condizionatamente stabile. Ci riferiremo pertanto a situazioni come quella riportata in fig. 4.19c come ad un analogo del comportamento condizionatamente stabile definito da Scholz (1990), in quanto la faglia è di tipo *velocity weakening*, ma il valore di L è tale da impedire la propagazione dinamica instabile.

Fig. 4.19. Importanza del parametro caratteristico L . (a) e (b) Slip e trazione mostrano il ritardo nella accelerazione allo stato instabile che si verifica lasciando a e b come nella configurazione di riferimento (§ 4.2.1) e portando L a 11 mm . (c) Se $L = 15$ mm l' instabilità non viene raggiunta. In (b) e (c) la scala dei grigi è invertita per evidenziare come la posizione delle creste secondarie della trazione siano invariate rispetto al caso di fig. 4.14e.

4.2.3. Eterogeneità spaziale di a , b ed L

Come già osservato nel paragrafo 1.3.3, esperimenti di laboratorio compiuti su granito (Dieterich, 1978; Stesky, 1978; Tullis & Weeks, 1986; Blanpied et al., 1991) hanno evidenziato una dipendenza di a e b dalla temperatura, la quale, come è noto, varia con la profondità. Pertanto, al fine di descrivere in maniera più realistica il processo di rottura, è stata effettuata una modifica al codice di calcolo proposto da Andrews, introducendo una eterogeneità spaziale per i parametri caratteristici a , b ed L . Questa estensione — totalmente originale — è fondamentale per poter descrivere in maniera fisicamente più realistica le proprietà reologiche dei materiali. Per semplicità è stata scelta una configurazione in cui una regione centrale, nella quale si ha la nucleazione, è attorniata da due zone con parametri costitutivi con valori diversi. Ancora più esternamente, fino ai bordi della regione studiata, vi sono altre due zone. La configurazione ora descritta è rappresentata in fig. 4.20, in cui sono stati indicati gli intervalli che definiscono queste regioni, così come sono introdotte nel codice di calcolo.

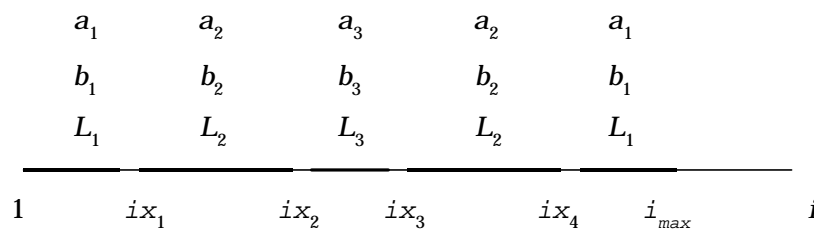


Fig. 4.20. I parametri costitutivi a , b ed L variano nello spazio in maniera simmetrica rispetto alla zona di nucleazione: ad esempio, nell' intervallo $i \in [1, ix_1 [$ si avranno: a_1 , b_1 , L_1 .

In questo modo è possibile studiare l' interazione tra zone caratterizzate da diversi parametri costitutivi ed i suoi effetti sulla nucleazione e sulla propagazione del crack. Vedremo infine che tramite l' introduzione di eterogeneità nella distribuzione spaziale di L è possibile simulare l' arresto

della frattura ed osservare l' *healing*, cioè la cicatrizzazione della frattura (§ 4.2.4).

1	<i>a</i>	0.012	0.0135	0.011	Fig. 4.21a
	<i>b</i>	0.016	0.013	0.017	
	<i>L (mm)</i>	10	10	10	
	regione (<i>m</i>)	[- 2.0, 2.0]	[2.1, 3.9]	[4.0, 10.0]	
2	<i>a</i>	0.012	0.020	0.012	Fig. 4.21b
	<i>b</i>	0.0125	0.012	0.0125	
	<i>L (mm)</i>	10	10	10	
	regione (<i>m</i>)	[- 1.2, 1.2]	[1.3, 5.9]	[6.0, 10.0]	
3	<i>a</i>	0.016	0.012		Fig. 4.21c
	<i>b</i>	0.012	0.016		
	<i>L (mm)</i>	10	10		
	regione (<i>m</i>)	[- 2.0, 2.0]	[2.1, 10.0]		
4	<i>a</i>	0.016	0.012	0.016	Fig. 4.21d
	<i>b</i>	0.012	0.016	0.012	
	<i>L (mm)</i>	10	10	10	
	regione (<i>m</i>)	[- 2.0, 2.0]	[2.1, 3.9]	[4.0, 10.0]	
5	<i>a</i>	0.015	0.016	0.012	Fig. 4.22
	<i>b</i>	0.016	0.012	0.016	
	<i>L (mm)</i>	0.08	10	10	
	regione (<i>m</i>)	[- 3.8, 3.8]	[3.9, 6.9]	[7.0, 10.0]	
6	<i>a</i>	0.012	0.012		Figg. 4.23a,b,c
	<i>b</i>	0.016	0.016		
	<i>L (mm)</i>	10	15		
	regione (<i>m</i>)	[- 2.0, 2.0]	[2.1, 10.0]		
7	<i>a</i>	0.012	0.012		Fig. 4.23d
	<i>b</i>	0.016	0.016		
	<i>L (mm)</i>	10	100		
	regione (<i>m</i>)	[- 2.0, 2.0]	[2.1, 10.0]		

Per rendere più agevole la presentazione dei risultati e per non appesantirla con i dettagli numerici, in tab. 4.1 sono state riportate le sette configurazioni esaminate in questo paragrafo. Poiché, come già precisato, la distribuzione delle regioni è simmetrica rispetto alla zona di nucleazione, sono specificate le caratteristiche delle aree situate nella porzione positiva dell' asse x dei grafici.

Come si vede da tab. 4.1, nella prima simulazione è studiato l' accoppiamento di una regione centrale weakening tipo (cioè con gli stessi parametri costitutivi utilizzati nel test di riferimento, § 4.2.1) con due regioni laterali debolmente strengthening, attorniate infine da due aree con un comportamento di tipo strong seismic. Lo scorrimento che si ottiene è proposto in fig. 4.21a. Quando il fronte di rottura non è ancora giunto nelle zone velocity strengthening la faglia rompe anche lì, cioè “ salta ”: la regione velocity weakening è in grado di caricare la strengthening, che rompe e nuclea in ritardo rispetto alla prima (a circa 0.13 ms). La rottura riesce a penetrare la zona strengthening ed entra nelle regioni strong seismic e dopo essersi propagata con una velocità di circa 2810 m / s , accelera ulteriormente. In questa fase si osservano le biforcazioni del fronte di rottura e la velocità raggiunge i 4500 m / s . Sono chiaramente visibili il fronte di rottura principale (pertinente alla nucleazione che avviene in $x = 0$), quelli secondari (relativi alle due nucleazioni successive nelle aree strengthening) ed infine i due terziari (ottenuti nelle aree strong).

Tab. 4.1. Indicazione schematica delle sette configurazioni prese in esame in questo paragrafo. Oltre ai valori attribuiti ai parametri costitutivi a , b ed L , sono indicati i limiti delle varie zone in cui si è suddivisa la faglia e le figure in cui sono proposti i corrispondenti risultati. Le prime quattro configurazioni contemplano variazioni laterali dei soli a e b , mentre le ultime due prevedono eterogeneità nello spazio solamente di L .

Per studiare se una zona velocity strengthening può essere penetrata dalla rottura è stata scelta una configurazione in cui la zona intermedia strengthening viene ampliata e resa di tipo viscous, cioè altamente strengthening. Inoltre la zona centrale viene resa debolmente weakening, come pure la regione che nella configurazione precedente era strong seismic. In altre parole, rispetto alla situazione appena studiata, ora la zona in cui si ha la nucleazione è meno instabile ed è attorniata da una zona con alta resistenza alla fratturazione. Anche in questo caso tuttavia, come si può vedere dall'andamento dello scorrimento in fig. 4.21b, la rottura riesce a penetrare le regioni viscous. Dopo una lunga fase di evoluzione quasi – statica, quando infine il crack penetra nelle aree terminali debolmente weakening accelera all'instabilità.

Nella prossima simulazione — il terzo caso riportato in tab. 4.1 — si è scelta una situazione opposta rispetto alle due ora analizzate: l' area centrale è strengthening ed è attorniata da due zone velocity weakening tipo. Lo scorrimento (fig. 4.21c) evidenzia come l' area centrale di tipo velocity strengthening scorra in modo asismico a velocità costante, ma risenta della presenza di due zone weakening esterne che nucleano. Queste due regioni sono in grado di modificare in maniera profonda il comportamento della rottura, infatti la velocità di propagazione nella zona strengthening è ora maggiore di quella che si otteneva in un regime strengthening uniforme (fig. 4.16a) ed è tale da indurre nucleazioni nelle aree weakening.

vi sono due regioni strong seismic ($a = 0.011$, $b = 0.017$), ciascuna delle quali ha pertanto una lunghezza di 6.8 m. (b) Scorrimento nel caso vi sia in $[- 1.2, 1.2]$ m un' area condizionatamente stabile ($a = 0.012$, $b = 0.0125$), circondata da due zone viscous ($a = 0.020$, $b = 0.012$) in $[- 5.9, - 1.3]$ m ed in $[1.3, 5.9]$ m con ai lati due regioni ancora condizionatamente stabili ($a = 0.012$, $b = 0.0125$). (c) Slip per una situazione con area velocity strengthening centrale ($a = 0.016$, $b = 0.012$), estesa 4 m e con due regioni laterali esterne weakening, ottenuta scambiando tra loro i valori di a e b . (d) Aggiungendo lateralmente due aree ancora velocity strengthening in $[- 10.0, - 4.0]$ m ed in $[4.0, 10.0]$ m, uguali a quella centrale, la frattura non accelera più verso l' instabilità. In tutti i casi esaminati L rimane fissato a 10 mm e le scale di grigio negli ultimi tre grafici sono invertite.

Fig. 4.21. Conseguenze di variazioni spaziali dei parametri costitutivi a e b sulla nucleazione e sulla propagazione della rottura. (a) Scorrimento in una faglia in cui una regione centrale di 4 m, centrata rispetto all' origine, di tipo velocity weakening ($a = 0.012$, $b = 0.016$) è attorniata da due regioni debolmente strengthening ($a = 0.0135$, $b = 0.013$) situate in x e $[- 3.9, - 2.1] m$ ed in $[2.1, 3.9] m$. Esternamente

Molto interessanti sono i risultati che si ottengono con la quarta configurazione di tab. 4.1. In questo caso viene mantenuta la situazione appena descritta e vengono aggiunte nelle parti laterali della faglia due zone strengthening, come quella centrale in cui si ha la nucleazione. Ora la rottura non accelera più verso l' instabilità (fig. 4.21d), come accadeva in precedenza, ma rimane quasi – statica ed il valore dello scorrimento è uguale a quello che si otteneva per una faglia uniformemente velocity strengthening (fig. 4.16a). Questo risultato mostra che l' accoppiamento delle varie aree è molto importante per quanto riguarda le fasi di nucleazione e di propagazione della rottura e come l' interazione delle regioni si manifesti “ a distanza ”: la presenza di due regioni terminali di tipo strengthening (anche larghe un solo step spaziale) è in grado di impedire la fase instabile in una rottura che nuclea a metri di distanza.

Nelle configurazioni fino ad ora esaminate il parametro costitutivo L rimaneva uguale a 10 *mm* lungo tutta la faglia. Ora studieremo gli effetti di eterogeneità spaziali di tale lunghezza di scala che, come anticipato, si riveleranno molto importanti nello studio della terza fase del processo di rottura che non è ancora stata modellata: l' arresto.

La quinta configurazione di tab. 4.1 prevede una regione centrale weak seismic, come quella che determina lo scorrimento e la trazione riportati in figg. 4.18a e 4.18b. Procedendo verso l' esterno troviamo un' area strengthening ed infine una regione weakening tipo. Lo scorrimento (fig. 4.22) mostra che la rottura ora nuclea subito invece che in ritardo, come in fig. 4.18a. Evolve in maniera quasi – statica e riesce ad indurre una nucleazione nelle regioni strengthening. In esse la frattura evolve ancora in un regime di moderata instabilità fino a penetrare nelle zone velocity weakening. Qui il crack è sufficientemente caricato per accelerare verso l' instabilità quando ormai la zona fratturata ha un' estensione di circa 15 *m*.

Fig. 4.22. Scorrimento nel caso di accoppiamento di una regione centrale di tipo weak seismic ($a = 0.015$, $b = 0.016$, $L = 0.08 \text{ mm}$), lunga 7.6 m , con due zone strengthening tipo ($a = 0.016$, $b = 0.012$, $L = 10 \text{ mm}$) in $[-6.9, -3.9] \text{ m}$ ed in $[3.9, 6.9] \text{ m}$, affiancate lateralmente da due aree velocity weakening tipo ($a = 0.012$, $b = 0.016$, $L = 10 \text{ mm}$).

Con le ultime due simulazioni ci proponiamo di studiare l' effetto di eterogeneità lungo x di L . Abbiamo visto casi in cui la rottura riesce a penetrare in zone strengthening e viscous (figg. 4.21a e 4.21b) e situazioni in cui l' accelerazione all' instabilità è impedita (fig. 4.21d). In nessun caso dunque si è osservato l' arresto del crack.

In fig. 4.23a è riportato l' andamento nel piano xt dello scorrimento ottenuto nella sesta configurazione descritta in tab. 4.1. Ora una zona weakening tipo centrale è attorniata da due regioni il cui comportamento è stato definito in precedenza (§ 4.2.2) come l' analogo del regime condizionatamente stabile introdotto da Scholz (1990) per uno spring slider. Quando il crack raggiunge il bordo delle regioni esterne in cui L ha un valore maggiore rispetto a quello dell' area centrale, la velocità di propagazione varia bruscamente: si osservino infatti due punti angolosi nel crack tip (fig. 4.23a). In fig. 4.23b è rappresentata la corrispondente trazione ed in fig. 4.23c un'

istantanea a $t = 2.17 \text{ ms}$: entrambe mostrano come in corrispondenza del punto angolare si origini una ulteriore cresta secondaria della trazione nella regione ancora integra.

Fig. 4.23. Effetti della variazione del solo parametro L . (a) Scorrimento che si ottiene in una faglia in cui una zona centrale con $L = 10 \text{ mm}$, estesa 4 m , è attorniata da due zone con $L = 15 \text{ mm}$. (b) Trazione corrispondente. (c) Istantanea dello sforzo di taglio a $t = 2.17 \text{ ms}$. (d) Simulazione dell' arresto della rottura aumentando il valore di L ($L = 100 \text{ mm}$ in $[- 10.0, - 2.1] \text{ m}$ ed in $[2.1, 10.0] \text{ m}$).

Da fig. 4.23b, infine, si può notare come la cresta secondaria che parte da $x = 0$ non venga alterata entrando nelle due regioni laterali. E' inoltre interessante osservare che quando il fronte di rottura raggiunge i margini della regione centrale in cui L ha il valore più basso si origina una ulteriore cresta laterale nella trazione, che si estende anch' essa nella parte della faglia ancora integra. Questo giustifica l' interpretazione che è stata data in precedenza, che cioè tali creste secondarie nella trazione siano dovute ad una diffrazione del fronte di rottura.

L' effetto di rallentamento della velocità di propagazione, ovvero di diminuzione dell' instabilità del crack, si ottiene allargando le due zone laterali con L più grande, oppure aumentando il valore di L (fig. 4.23d), caso corrispondente all' ultima configurazione di tab. 4.1. In questo modo si è simulato l' arresto del crack.

4.2.4. Studio della durata dello scorrimento

Come mostrato nel paragrafo precedente, introducendo una eterogeneità spaziale nella distribuzione di L (in particolare attornando una zona velocity weakening con due regioni con L più grande, fig 4.24d) ho simulato l' arresto nella propagazione della frattura. Una situazione di questo tipo consente di studiare un fenomeno che nel caso di rotture non arrestate non si verificava: l' *healing*.

In fig. 4.24b è riportato l' andamento dello scorrimento nel punto $x = 1.6 m$: ora lo slip, invece di crescere indefinitamente, come in fig. 4.15a, entrando nella zona con alto L rimane pressoché costante. La corrispondente velocità di scorrimento (figg. 4.24a e 4.24c) si attenua fortemente: in fig. 4.24c si osserva che a partire da $t = 1.83 ms$ la slip velocity va a zero, invece che oscillare attorno al valore $0.5 m / s$, come nel caso con L omogeneo (fig. 4.15b). E' possibile stimare la *slip duration* — ovvero l' intervallo di tempo nel quale lo scorrimento è non nullo — in $0.89 ms$. In corrispondenza del rilascio di sforzo, a $t = 0.94 ms$ (fig. 4.24d), la slip velocity passa da zero al suo valore massimo; in

seguito decresce fortemente e da 1.83 ms inizia la fase di cicatrizzazione (l'healing).

Fig. 4.24. Configurazione corrispondente a quella di fig. 4.23d ($a = 0.012$, $b = 0.016$, $L = 10 \text{ mm}$ attorniata da due regioni con $L = 100 \text{ mm}$, in $[-10.0, -2.1] \text{ m}$ ed in $[2.1, 10.0] \text{ m}$). (a) Velocità di scorrimento nel piano xt . (b), (c) e (d) Slip, slip velocity e trazione in $x = 1.6 \text{ m}$. E' possibile valutare la slip duration ed osservare il fenomeno dell' *healing*.

4.2.5. Dipendenza della nucleazione e della propagazione dalle condizioni iniziali

E' già stato osservato (§ 2.4) che il sistema è inizialmente soggetto ad uno sforzo normale (di compressione) p_0 , uguale nelle direzioni x_1 ed x_2 . Verranno ora studiati gli effetti di variazioni di p_0 sul processo di nucleazione della rottura e su quello di propagazione dinamica.

In fig. 4.25a è illustrato il comportamento dello slip per p_0 portato al valore di 150 MPa (pari a 3/2 del valore utilizzato nelle precedenti simulazioni): si osserva che la transizione fra la fase di evoluzione quasi – statica e quella dinamica avviene prima rispetto al caso in cui $p_0 = 100$ MPa (fig. 4.14), infatti ora il ginocchio è situato a circa 0.79 ms.

Fig. 4.25. Risposta del sistema a variazioni del carico compressivo iniziale p_0 . (a) Con $p_0 = 150$ MPa il ginocchio nello spostamento è situato ad un istante di tempo maggiore rispetto alla configurazione di riferimento, nella quale $p_0 = 100$ MPa, mentre per $p_0 = 90$ MPa (b) la transizione tra fase quasi – statica ed evoluzione dinamica avviene più tardi. E' possibile che qualora il sistema non sia sufficientemente caricato tale transizione non avvenga.

A causa di questa anticipazione del regime instabile le entità dello scorrimento risultano superiori. Importante è considerare che la velocità che il crack tip raggiunge lontano dalla zona di nucleazione è invariata, cioè pari a circa 2380 m/s. Quando invece si porta il valore di p_0 a 90 MPa si vede un comportamento opposto (fig. 4.25b): il crack accelera più tardi verso l' instabilità rispetto alla configurazione di riferimento ($p_0 = 100$ MPa), essendo infatti il punto di ginocchio situato a circa 1.89 ms, e conseguentemente i valori dello slip risultano inferiori. Ponendo $p_0 = 70$ MPa, cioè uguale a circa i 2/3 del valore tipo, la rottura non riesce ad accelerare verso l' instabilità, ma si mantiene nel regime quasi statico. Poiché, come già osservato al paragrafo 2.4, p_0 incide direttamente nella definizione dello sforzo di taglio iniziale — si ricordi (2.3.17) — si conclude che se il sistema non è inizialmente caricato in maniera sufficiente il crack non riesce a propagarsi dinamicamente.

E' stato ampiamente osservato in letteratura (ad esempio da Boatwright et al., 1995) che faglie governate da leggi di attrito di tipo Dieterich presentano notevole dipendenza dalle condizioni iniziali (velocità di scorrimento iniziale e valore iniziale della variabile di stato). Si vedrà che mentre il sistema non risulta particolarmente influenzato da modifiche di v_{iniz} , esso è profondamente dipendente dalle condizioni iniziali su F . Questo è estremamente importante in quanto la variabile di stato nelle rate and state dependent friction laws rappresenta la “ memoria ” del sistema e pertanto una slip history è in grado di influenzare un successivo episodio di frattura.

Come prima simulazione si è scelta una velocità iniziale cinque volte maggiore rispetto a quella utilizzata in fig. 4.14. Come è possibile osservare in fig. 4.26a, l' andamento dello scorrimento che si ha in questo caso non esibisce alcuna differenza se confrontato con la situazione tipo (fig. 4.14a). L' unica variazione è nei valori dello slip, che ora sono inferiori.

Tale duplice effetto, invarianza della forma del fronte di rottura e diminuzione dei valori dello scorrimento, è chiaramente riscontrabile anche nel caso in cui si è portata v_{iniz} a 10 mm/s, cioè addirittura 100 volte superiore rispetto alla situazione tipo. In questo caso (fig. 4.26b) è interessante notare l' andamento dello scorrimento nello spazio per diversi istanti: a partire da

$t = 1.66 \text{ ms}$ in poi, all' interno della regione rotta comincia a presentarsi una depressione dello slip in corrispondenza del centro della zona fratturata.

Fig. 4.26. Modifiche alla velocità iniziale di scorrimento non producono variazioni significative nella risposta del sistema, ad eccezione della diminuzione dello slip, (a) e (b), nel caso di v_{iniz} maggiore rispetto alla situazione di riferimento e di una crescita, (d), nel caso di v_{iniz} minore del valore tipo. (c) Istantanea $t = 3.06 \text{ ms}$ dello scorrimento nella configurazione corrispondente a (b).

Da $t = 2.95 \text{ ms}$ in poi tale minimo relativo nello scorrimento inizia ad innalzarsi, determinando una cresta centrale, mostrata in fig. 4.26c, la cui entità aumenta con il crescere del tempo.

Infine si è simulata una rottura ponendo $v_{iniz} = 1 \text{ mm} / \text{s}$ (fig. 4.26d), cioè 1/10 del valore tipo: in questo caso i valori dello scorrimento sono maggiori, ma ancora la forma del crack tip è invariata.

Come in precedenza anticipato, più rilevante è la dipendenza della nucleazione e della propagazione del crack dalla situazione in cui si trova F nell' istante immediatamente precedente la rottura. La condizione iniziale di F è stata illustrata in fig. 2.6: F è nello stato stazionario ovunque sulla faglia, tranne che nella regione di nucleazione, definita dai parametri x_{iniz} ed x_{end} . Per studiare la dipendenza del processo dinamico dalle condizioni iniziali della variabile di stato, e quindi valutare l' importanza della “ memoria ” del sistema, sono state fatte innanzitutto due simulazioni allargando e restringendo la zona di nucleazione.

Fig. 4.27a mostra come è lo scorrimento nel piano xt nella situazione in cui la zona di nucleazione, invece di essere estesa 3 m come nelle simulazioni precedenti, viene portata a 4 m . La frattura accelera prima verso l' instabilità, infatti il punto di ginocchio è a 1.17 ms , invece che a 1.58 ms , come in fig. 4.14a, e di conseguenza lo slip è maggiore. Se, al contrario, si restringe la nucleation zone, il ginocchio è situato a $t = 2.12 \text{ ms}$.

E' interessante notare che se si ha un restringimento di 1 m la rottura non accelera verso la fase dinamica, ma si mantiene nel regime quasi – statico. Ciò è molto importante poiché mostra come la “ memoria ” del sistema influenzi un successivo evento: il valore della variabile di stato è in grado, da solo, di impedire uno scorrimento instabile.

Fig. 4.27. Il comportamento dello slip permette di apprezzare quanto l'estensione della zona di nucleazione incida sui processi di nucleazione e di propagazione. Sebbene in entrambi i casi la velocità a cui il crack tip giunge sia sempre la stessa (2380 m / s circa) gli istanti in cui si colloca il punto di ginocchio sono diversi: in (a) una variazione di circa + 33 % nella dimensione della regione di nucleazione porta ad un cambiamento di - 26 % nella posizione nel tempo del ginocchio; in (b), restringendola del 13 % circa, il punto di ginocchio ritarda di circa il 34 %. Inoltre, se la nucleation region è troppo piccola la frattura non può accelerare, a parità di condizioni, verso l'instabilità.

Sempre in fig. 2.6 è indicato come F assuma il valore F_{nucl} (espresso, come detto nel paragrafo 2.4, dal parametro in ingresso v_{amp}) in una zona , interna alla nucleazione, controllata dal parametro x_{taper} .

Se $x_{taper} = 1.5 \text{ m}$, come nelle situazioni esaminate in precedenza, $F = F_{nucl}$ solamente al centro del crack, cioè, nei grafici, solo in $x = 0$. E' stata esaminata la situazione in cui $x_{taper} = 0.5 \text{ m}$: in questo caso $F = F_{nucl}$ in un intervallo di 2 m centrato rispetto all' origine. Lo scorrimento (fig. 4.28) ha un andamento diverso: la rottura nuclea possedendo già una notevole estensione, superiore a quella ottenuta con $x_{taper} = 1.5 \text{ m}$ (fig. 4.14). Tuttavia la velocità di

propagazione dopo il punto di ginocchio è uguale a quella che si aveva nella situazione di riferimento.

Fig. 4.28. Andamento dello scorrimento per una situazione in cui F si trova nello stato stazionario non più in un punto ($x = 0$), ma nell'intervallo $[-1.0, 1.0]$ m. In questo caso il crack nuclea ancora all'istante $t_1 = 2 \, dt$, ma con un'estensione ben superiore a quella di fig. 4.14 (corrispondente ad $x_{\text{taper}} = 1.5 \, m$ invece che $0.5 \, m$).

4.2.6. Rottura che separa due mezzi differenti

Studi tomografici e presso la faglia hanno mostrato che le superfici di frattura sono attorniate da rocce cristalline in cui le velocità delle onde sismiche sono diverse. Ciò perturba lo sforzo normale (Harris & Day, 1996) e questo si riflette nella variazione della trazione di taglio tanto nel caso statico (si ricordi che vale: $t = m s_n$), quanto in quello dinamico (seguendo il modello di Linker & Dieterich, 1992 descritto al paragrafo 1.3.8).

Per estendere i risultati di Andrews & Ben - Zion (1997), i quali hanno

studiato la slip velocity e lo sforzo normale per una frattura tra due mezzi diversi con coefficiente di attrito dinamico costante e con sorgente imposta, in questo calcolo si è simulato un crack che si propaga lungo una linea la quale separa due materiali le cui caratteristiche non sono più le stesse: in particolare si è immaginato che il materiale 2 — si veda fig. 2.5 per maggiori dettagli — sia tale che le onde P si propagano con una velocità di 6000 m / s , anziché di 5196 m / s , come accade nel mezzo 1. La perdita della simmetria della frattura è chiaramente visibile in fig. 4.29a, in cui l' area che ha rotto si estende in maniera più pronunciata nella regione con x negativo ed in quest' ultima zona la transizione alla velocità finale avviene prima (anticipa di circa 0.5 ms).

La totale assenza di simmetria è osservabile anche studiando il comportamento della velocità di scorrimento: la fig. 4.29b è l' istantanea a $t = 2.47 \text{ ms}$ che mostra la diversità dei picchi della slip velocity, nonché la differente posizione nello spazio in cui essi vengono assunti.

Fig. 4.29. Introducendo una diversità delle velocità con cui le onde P si propagano nel materiale 2 ($v_{P_1} = 5196 \text{ m / s}$, $v_{P_2} = 6000 \text{ m / s}$) si ha la perdita della simmetria del crack. Gli altri parametri rimangono invariati rispetto a quelli utilizzati nella precedente simulazione. (a) Evoluzione nello spazio e nel tempo dello scorrimento. (b) Istantanea della velocità di scorrimento all' istante $t = 2.47 \text{ ms}$.

Fig. 4.29. (c) Andamento della trazione. (d) Istantanea della trazione a $t = 2.00 \text{ ms}$.
Si tenga presente che per enfatizzare la diversa distribuzione spazio – temporale di T in
(c) la scala di grigi è invertita.

Anche il grafico della trazione (fig. 4.29c) mostra la asimmetria, ma è interessante notare come le concentrazioni secondarie di T , descritte nel precedente paragrafo, siano ancora simmetriche rispetto ad $x = 0$, come è evidenziato in fig. 4.29d.

4.2.7. Estensione ad una frattura di dimensioni reali

I risultati che sono stati presentati in precedenza descrivono fenomeni con scale di spazio e di tempo caratteristiche di esperimenti di laboratorio: la faglia studiata aveva un' estensione complessiva di 20 m ed i tempi tipici del processo erano decimi di millisecondo. Uno degli scopi di questo lavoro è mostrare come le leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina riescano a modellare i processi dinamici che avvengono in fratture reali e non solamente in esperimenti di laboratorio, dai quali tali leggi scaturiscono.

Quanto si è esposto nel paragrafo 4.2.5 relativamente a variazioni dell'estensione nello spazio della regione di nucleazione suggerisce l'esistenza di una stretta correlazione fra la dimensione della faglia, controllata dal parametro $\bar{d}x$, essendo infatti $x_{max} = (i_{max} - 1) \bar{d}x$, e la dimensione della zona di nucleazione stessa. Compiendo un'operazione di *scaling* è possibile passare da esperimenti di laboratorio a strutture sismogenetiche reali. Più esattamente sono stati ora scelti $\bar{d}x = 10 \text{ m}$ ed $L = 1 \text{ mm}$ e l'estensione della regione di nucleazione è di 300 m . In questo caso cioè cambiano sia L che la dimensione della nucleation region: ciò è giustificato dal fatto che L rappresenta un fattore di scala nell'evoluzione della variabile di stato (cfr. fig. 1.7).

Lo slip corrispondente è mostrato in fig. 4.30: come si vede le caratteristiche dello scorrimento sono le stesse analizzate in fig. 4.14a: sono ancora presenti la fase di evoluzione quasi - statica, il punto di ginocchio e la successiva propagazione dinamica.

Fig. 4.30. Scorrimento che si ottiene in una frattura di dimensioni reali (con estensione complessiva di 2 Km), ottenuta con una regione di nucleazione di 300 m ed una lunghezza caratteristica di 1 mm .

4.2.8. E' soddisfatta la condizione di Rice sulla ampiezza di griglia ?

Nel paragrafo 3.3 è stata descritta la condizione di Rice relativa alla risoluzione minima del grigliato, secondo la quale la discretizzazione h del problema deve essere inferiore ad una lunghezza critica h^* (la minima grid size), al fine di impedire l' introduzione di complessità artificiali nell' andamento spazio – temporale delle soluzioni.

Risulta particolarmente interessante studiare il rapporto h / h^* che si ha nelle simulazioni da me effettuate con la legge di Dieterich ridotta e presentate nel corso del presente capitolo. Nei miei casi si hanno: $h = Dx$ e $m = 27 \text{ GPa}$, mentre a , b ed L variano a seconda dei tests effettuati. Ad esempio, nella configurazione di riferimento (§ 4.2.1), essendo $p_{poro} = 0$, $s_n = 100 \text{ MPa}$, $(b - a) = 0.004$ ovunque sulla faglia ed $L = 10 \text{ mm}$, risulta: $h^* = 0.43 \text{ m}$. Poiché $Dx = 0.1 \text{ m}$, vale: $h / h^* = 0.23$. Identico risultato si ha nel caso di una faglia di dimensioni reali (§ 4.2.7), in cui $h^* = 43 \text{ m}$ (a causa dello scaling su L), ma risulta anche $Dx = 10 \text{ m}$.

La condizione (3.3.3) risulta soddisfatta anche nel caso di fig. 4.17c, esempio di comportamento strong seismic (in cui $(b - a) = 0.0075$ ed $L = 10 \text{ mm}$), essendo infatti Dx ancora 0.1 m ed $h^* = 0.23 \text{ m}$ e quindi $h / h^* = 0.43$.

L' unico caso in cui (3.3.3) è violata è quello il cui risultato è mostrato in fig. 4.18, esempio di comportamento di tipo weak seismic. In questo caso infatti, essendo $(b - a) = 0.001$ ed $L = 0.08 \text{ mm}$, risulta $h / h^* = 7.1$. All' interno della regione fratturata si può vedere un andamento spiccatamente oscillatorio della trazione con fluttuazioni chiaramente visibili in fig. 4.18b. Queste ultime possono essere considerate come una complessità artificiale causata dall' inadeguatezza della discretizzazione del problema.