
5. Confronto tra leggi costitutive differenti in modelli 2 - D

Questo capitolo è interamente dedicato al confronto tra le soluzioni del problema dinamico ottenute mediante leggi di attrito in modelli 2 – D.

Nel primo paragrafo verranno confrontate le leggi costitutive studiate nel precedente capitolo. Alla luce dei risultati ottenuti e discussi potranno essere paragonate le caratteristiche e le peculiarità dello slip – weakening da un lato e della legge di Dieterich in forma ridotta dall' altro. Saranno innanzitutto studiate le analogie tra i parametri costitutivi ed in seguito saranno confrontate le peculiarità di ciascuna delle due leggi nella descrizione delle tre fasi del processo di rottura (la nucleazione, la propagazione e l' arresto). Un altro importante aspetto che verrà discusso è la descrizione che le leggi costitutive forniscono dei vari comportamenti della frattura in termini di velocità di propagazione del crack tip e vedremo in questo una rilevante differenza dei due modelli: lo slip – weakening e la Dieterich ridotta.

Nel secondo paragrafo verranno confrontate le tre leggi di attrito (la

Dieterich originaria, la Dieterich ridotta e la legge di Ruina) con il fine principale di vedere se tutte riescono a riprodurre diversi comportamenti della faglia.

5.1. Confronto tra lo slip - weakening e le leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato

Analogie tra i parametri costitutivi. Come è stato discusso nel paragrafo 2.2, sia lo slip – weakening che le leggi di attrito nascono dall' esigenza di eliminare la singolarità dello stress in corrispondenza del fronte di rottura e dalla impossibilità di risolvere l' equazione di bilanciamento energetico relativa ad una frattura nella quale intervengano fenomeni di attrito. Esse tuttavia sono profondamente diverse da un punto di vista fisico e forniscono una descrizione differente del processo di rottura.

Lo slip – weakening introduce il concetto di zona di coesione e di energia di frattura G , mentre le leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina nascono da esperimenti di frizione condotti in laboratorio. Il primo modello dipende fondamentalmente da due parametri: lo strength S e la lunghezza d_0 (ovvero, analogamente, S e la semilunghezza critica L_c); il secondo possiede tre grandezze costitutive: A , B ed L (ovvero a , b ed L). Il significato fisico di tali parametri è profondamente diverso, così come lo è la descrizione delle caratteristiche reologiche della zona di frattura che i due modelli forniscono. Esistono tuttavia alcune analogie che verranno ora discusse.

Un importante elemento in comune è che tanto lo slip – weakening di Andrews quanto le leggi di Dieterich – Ruina hanno una lunghezza di scala sulla quale avviene il rilascio di energia: d_0 (o L_c) nel primo caso ed L nel secondo. Il legame tra la lunghezza caratteristica e l' energia, ovvero lo sforzo di taglio, è esplicito nel caso dello slip – weakening (si ricordi che vale: $G = (t_u - t_f) d_0 / 4$) e si può desumere, come descritto in seguito, dall' andamento di t ricavato in esperimenti come quello condotto da Gu et al.

(1984), in cui la velocità di scorrimento varia repentinamente (fig. 1.7). La presenza di una lunghezza caratteristica (associata ad un tempo caratteristico) è una peculiarità comune ad altri modelli dinamici, garantisce una legge di scala per l' energia e consente quindi di passare da fenomeni con ordini di grandezza tipici degli esperimenti di laboratorio ad eventi fisici di dimensioni reali. E' però importante sottolineare che d_0 ed L sono grandezze diverse. Il loro rapporto si può intuire osservando il già menzionato andamento esponenziale di t in seguito a brusche variazioni delle velocità di scorrimento. Per descrivere la diminuzione di t , Rice (1993) ha proposto una relazione di questo tipo:

$$t = t^{ss}(v_2) + e^{-\frac{u}{L}} \left[t^{ss}(v_1) + A \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - t^{ss}(v_2) \right] \quad (5.1.1)$$

ove $t^{ss}(v_2)$ e $t^{ss}(v_1)$ sono le quantità indicate in fig. 1.7 con t^{ss}_1 e t^{ss}_0 rispettivamente. Sviluppando in serie di Taylor al primo ordine in u / L si ottiene:

$$\begin{aligned} t &\cong t^{ss}(v_2) + \left(1 - \frac{u}{L}\right) \left[t^{ss}(v_1) + A \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - t^{ss}(v_2) \right] = \\ &= t^{ss}(v_1) + A \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - \frac{u}{L} \left[t^{ss}(v_1) + A \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - t^{ss}(v_2) \right] \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

Se confrontiamo (5.1.2) con l' espressione che si ha per $u < d_0$ nel caso dello slip – weakening, che qui viene riproposta per completezza

$$t = t_u - (t_u - t_f) \frac{u}{d_0}$$

è possibile compiere le associazioni:

$$\begin{aligned} t^{ss}(v_1) + A \ln(v_2 / v_1) &\leftrightarrow t_u \\ t^{ss}(v_2) &\leftrightarrow t_f \\ L &\leftrightarrow d_0 \end{aligned} \quad (5.1.3)$$

In altri termini si può concludere che sotto le ipotesi di (i) un esperimento di laboratorio come quello condotto da Gu et al. (1984) e (ii) piccoli scorrimenti rispetto ad L le leggi di attrito contengono un comportamento di tipo slip – weakening.

Una diversa associazione tra i parametri a , b ed L e gli sforzi di taglio t_u e t_f è quella proposta da Okubo (1989). Egli considera la legge di Dieterich in forma ridotta ad alte velocità di scorrimento, più esattamente nell' ipotesi in cui risulti $v \gg v_*$, dove, come già detto (§ 1.3.3), v_* è un valore di riferimento della slip velocity cui corrisponde l' attrito t_* . In questo caso il coefficiente di attrito risulta:

$$m_{max} = \frac{t}{s_n} + b \ln \left(\frac{F v}{L} + 1 \right)$$

che, come si vede, dipende dalla sola variabile di stato. Okubo (1989) compie quindi le associazioni:

$$\begin{aligned} m_{max} s_n &\leftrightarrow t_u \\ (t_* / s_n) s_n &\leftrightarrow t_f \end{aligned}$$

ovvero esplicitamente:

$$\begin{aligned} t_* + B \ln \left(\frac{F v}{L} + 1 \right) &\leftrightarrow t_u \\ t_* &\leftrightarrow t_f \end{aligned} \tag{5.1.4}$$

E' stato in precedenza osservato che nel caso delle leggi di attrito è possibile introdurre un' energia di frattura G , ovvero l' energia che la rottura spende per avanzare. Essa è espressa tramite la relazione:

$$G = \int_0^L (t - t_f) du$$

ove u è lo scorrimento ed L la distanza raggiunta dalla frattura. Come già visto (§ 1.2.3), lo slip – weakening fornisce appunto $G = (t_u - t_f) d_0 / 4$. E' fisicamente ragionevole introdurre un analogo di tale energia di frattura anche nel caso delle leggi di attrito. Ritorniamo per questo a (5.1.1). In virtù delle associazioni (5.1.3), omettendo per brevità i passaggi analitici, si ottiene:

$$G = \int_0^L t^{ss}(v_2) + e^{-\frac{u}{L}} \left[t^{ss}(v_1) + A \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - t^{ss}(v_2) \right] - t^{ss}(v_2) du =$$

$$= L \left(1 - \frac{1}{e} \right) \left[t^{ss}(v_1) + A \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) - t^{ss}(v_2) \right]$$

Da questa espressione possiamo trarre alcune importanti osservazioni: innanzitutto la dipendenza da L è diretta, come nel caso dello slip – weakening. Inoltre G dipende solamente da A e non da B . Si ricordi che il parametro A è legato all' effetto diretto descritto nel paragrafo 1.3.2, cioè al cambiamento istantaneo che si ha nell' attrito t quando si ha una repentina variazione della velocità di scorrimento.

E' già stato osservato che nel modello di Andrews si possono definire lo *stress drop statico* come la differenza tra l' attrito iniziale e quello cinetico:

$$Dt_s = t_u - t_f$$

e lo *stress drop dinamico* come la differenza fra l' attrito massimo che la faglia può sopportare e quello cinetico:

$$Dt_d = t_0 - t_f$$

Facendo riferimento ancora all' esperimento di Gu et al. (1984), esplicitando gli attriti negli stati stazionari facendo uso di (1.3.23) poiché l' esperimento è condotto assumendo la legge di Ruina come equazione costitutiva, le corrispondenti cadute di sforzo nel caso delle leggi di attrito risultano:

$$Dt_s = B \ln(v_2 / v_1)$$

e

$$Dt_d = (B - A) \ln(v_2 / v_1)$$

che sono in accordo con quanto osservato da Mikumo (1992) nel caso particolare in cui risulti $v_2 = e v_1$; in questo caso si hanno:

$$\begin{aligned} t_u - t_f &\leftrightarrow B \\ t_0 - t_f &\leftrightarrow B - A \end{aligned}$$

e conseguentemente:

$$t_u - t_0 \leftrightarrow A$$

Descrizione della fase di nucleazione. Il legame tra momento sismico e durata della nucleazione. Una caratteristica comune sia allo slip – weakening che alle leggi di attrito è quella di modellare due delle tre fasi del processo dinamico di fratturazione: la nucleazione e la propagazione. Per quanto concerne l' arresto vedremo in seguito alcune differenze. Per produrre la nucleazione è necessaria una forzatura iniziale: nel caso dello slip – weakening essa è costituita da una velocità di scorrimento imposta dall' esterno (v_{force}), che in qualche modo può essere assimilata alla velocità di placca, oppure alla slip velocity prodotta da una faglia, o da un suo segmento, che ha nucleato precedentemente rispetto alla zona sismogenetica sotto studio. Nel caso delle leggi di attrito l' iniziazione della rottura è prodotta fornendo un valore alla variabile di stato cui corrisponde un attrito iniziale (equazione (2.4.5)) che supera il valore massimo che la faglia può sopportare. In questo caso la configurazione all' istante iniziale della variabile di stato è strettamente legata agli eventi che si sono avuti nel passato in quella stessa regione: una slip history precedente è infatti responsabile del valore assunto da Y nei diversi punti della superficie di frattura. E' stato inoltre osservato (§ 4.2.5) come la

configurazione iniziale della variabile di stato incida sulla nucleazione (e conseguentemente sulla propagazione) della rottura e come in alcune circostanze la propagazione instabile del crack possa essere addirittura inibita.

Il fatto che tanto lo slip – weakening quanto le leggi di attrito riescano a modellare la fase di nucleazione è molto importante. Ellsworth & Beroza (1994), studiando una vasta classe di terremoti hanno concluso che la fase di nucleazione esercita una notevole influenza sull' entità (in termini di magnitudo) dell' eventuale processo fisico. Ellsworth & Beroza definiscono il momento sismico della fase di nucleazione come:

$$M_0^n = \int_0^n \dot{M}_0(t) dt$$

ove n è la durata del processo di nucleazione e $(d/dt) M_0(t)$ è la *moment rate function*, espressa come:

$$\dot{M}_0(t) = D(v) Dt_d v^3 t^2$$

in cui $D(v)$ è una funzione, approssimativamente uguale all' unità, che dipende debolmente dalla velocità di rottura v e Dt_d è la caduta dinamica di sforzo, definita in precedenza. Indicato poi con M_0 il momento sismico totale, Ellsworth & Beroza osservano una correlazione tra M_0 e n del tipo:

$$M_0 \propto n^3$$

cioè il momento sismico totale è proporzionale alla terza potenza della durata della fase di nucleazione.

Un' altra importante relazione che gli autori propongono è quella che esprime un legame tra M_0^n ed il raggio r_n della zona di nucleazione:

$$r_n = \sqrt[3]{\frac{7}{16} \frac{M_0^n}{Dt_d}} = \sqrt[3]{\frac{7}{16} \int_0^n D(v) v^3 t^2 dt}$$

ottenuta ipotizzando che lo stress drop dinamico sia costante.

Modellazione della fase di propagazione. Come già anticipato, entrambe le classi di governing equations (slip – weakening e leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato) modellano la fase di propagazione con evoluzione spontanea. In particolare, tutte contemplano il fenomeno di crescita spontanea della velocità di propagazione del fronte di rottura. Ciò è stato motivato (§ 4.1.1) considerando che il carico dinamico della zona della faglia che ha già rotto aumenta nel tempo, ovvero con l' aumentare della distanza dal punto in cui il crack nuclea (punto fissato nei grafici in $x = 0$ per semplicità).

Era già noto dalla letteratura (ad esempio dal lavoro di Andrews, 1985) che lo slip – weakening prevedesse che sotto opportune condizioni il fronte di rottura si biforcasse, ovvero in parte il crack procedesse con velocità asintoticamente uguale a v_R , ed in parte (crack tip secondario) avanzasse a velocità super – shear, fino alla velocità delle onde P. In questo lavoro si è modellato un comportamento analogo anche con la legge di Dieterich ridotta (1.3.16), come mostrato in figg. 4.17b e 4.17c, ed anche con la Dieterich originaria (1.3.15) e con la legge di Ruina (1.3.17), come descritto in seguito. Anche in questo caso, cioè assumendo una legge di attrito dipendente dalla velocità e dallo stato come equazione costitutiva, la velocità di propagazione del fronte di rottura secondario è già superiore a v_S e raggiunge in maniera asintotica v_p . Questo accade in corrispondenza di regimi di tipo strong seismic, cioè quando $(B - A) \gg 0$; ciò è fisicamente ragionevole in quanto una zona strong è più simile ad una frattura tra superfici direttamente in contatto, mentre reologie di tipo weak o compliant implicano la presenza di gauge e di materiali intrappolati. Il problema della conoscenza e della previsione della velocità di propagazione è di importanza fondamentale nella sismologia e per questo la capacità che è stata evidenziata delle leggi di tipo Dieterich – Ruina di consentire velocità di propagazione confrontabili con v_p è una caratteristica assai rilevante delle frictional laws.

Okubo (1989), modificando il codice numerico di tipo boundary integral proposto da Andrews (1985), descritto nel paragrafo 2.3, ha dato al parametro di strength S un significato in termini delle leggi di attrito. Compiendo le

associazioni (5.1.4) discusse in precedenza, egli ha ottenuto la biforcazione del fronte di rottura così come accadeva con lo slip – weakening. I risultati presentati nel precedente capitolo e nel paragrafo 5.2 sono tuttavia più generali: innanzitutto la biforcazione è ottenuta, come vedremo, anche con le leggi di Dieterich originaria e di Ruina e non solamente con la Dieterich ridotta. In secondo luogo nelle simulazioni qui effettuate in qualsiasi regime di velocità il coefficiente di attrito m dipende sempre sia dalla velocità di scorrimento, che dalla variabile di stato Y (F per Dieterich e q per Ruina), mentre nel modello di Okubo m è costante quando viene associato all' attrito cinetico t_f , mentre dipende solamente da F quando è associato all' attrito massimo t_u . Infine Okubo non modella il campo di velocità di tipo velocity strengthening, che risulta invece molto importante da un punto di vista fisico, come verrà osservato in seguito.

La fase di arresto e l' healing. Come anticipato, un' importante differenza tra lo slip – weakening e le leggi di attrito è che nel secondo caso si è riusciti a simulare l' arresto della frattura mentre nel primo caso è stato possibile solamente arrestarla per certi istanti, ma non completamente. Assumendo la legge di Dieterich ridotta come equazione costitutiva, nel paragrafo 4.2.3 è stato mostrato che variando spazialmente il parametro L il crack si arresta (fig. 4.23d). La possibilità di simulare l' arresto è fondamentale perché altrimenti il modello sarebbe oltre che incompleto addirittura irrealistico, in quanto una frattura che si propaga indefinitamente sarebbe fisicamente impossibile per ragioni energetiche.

Per quanto concerne lo slip – weakening, introducendo variazioni nello spazio del carico massimo sopportabile dalla faglia t_u , e dunque immaginando che la distribuzione dello strength S fosse eterogenea lungo la superficie di faglia, non è stato possibile arrestare completamente la rottura. In altri termini, anche introducendo lungo la linea di propagazione della rottura una barriera di elevata intensità, ovvero con uno strength molto maggiore rispetto alle aree circostanti, la frattura veniva ritardata, cioè lo spostamento era fermato per certi tempi, ma in istanti successivi la rottura continuava a propagarsi. Dovremo studiare se tale comportamento si ottiene anche nel caso

in cui variazioni di S vengono realizzate attraverso distribuzioni eterogenee nello spazio dell' attrito iniziale t_0 oppure di quello cinetico t_f .

Questo fenomeno è assai importante perché giustifica l' assenza di healing nelle simulazioni effettuate con questo modello. L' healing, come osservato nel paragrafo 4.2.4, rappresenta la cicatrizzazione della rottura. Esso può essere descritto nell' ambito della meccanica della frattura, studiato seguendo l' approccio di Heaton (1990), oppure nel contesto delle leggi di attrito.

Nel primo caso (Das & Aki, 1977a, 1977b; Papageorgiou & Aki, 1983) esso è spiegato come la sovrapposizione dello scorrimento che è causato dalla rottura con un' onda che dai bordi della zona che si frattura si propaga verso l' interno. Si assume infatti che la dislocazione continui fino a che non riceve le informazioni dai bordi, cioè quando la faglia ha rotto completamente. Con tale ipotesi la durata dello scorrimento, che, lo ricordiamo, è il tempo in cui la slip velocity è non nulla, varia nello spazio: essa è massima nel centro della faglia e diminuisce progressivamente più ci si avvicina ai suoi bordi.

Nel modello qui studiato con lo slip – weakening, invece, la frattura si estende indefinitamente nello spazio, cioè ha i bordi all' infinito. Per questa ragione non arrivano le informazioni dai bordi e conseguentemente non si osserva la cicatrizzazione.

Heaton (1990), invece, ha proposto un modello alternativo per l' healing (cioè la durata dello scorrimento in un singolo punto) mediante una legge di attrito teorica da lui proposta, ma non osservata in laboratorio. Egli considera una faglia piana, sulla quale avviene una frattura di taglio, 2 – D, non spontanea (la velocità di propagazione cioè è costante e fissata). Lo sforzo di taglio t_f , invece di essere costante come nel modello introdotto originariamente da Andrews (1976a), è espresso dalla relazione:

$$t_f = t_u - h \dot{u} \quad (5.1.5)$$

ove h è una costante che dipende dal materiale. In questo modello, introdotto da Heaton con lo scopo di simulare il processo di *self - healing* (cicatrizzazione spontanea), quando la velocità di scorrimento diminuisce l' attrito cinetico aumenta gradualmente fino a ritornare al livello t_u ; a questo punto la faglia è

nuovamente in grado di rompere. Il fondamento teorico di (5.1.5) è fisicamente consistente: quando le caratteristiche dei materiali che scorrono sono diverse si ha un rilascio dello sforzo normale s_n (cfr. § 4.2.2); questo provoca una variazione di t_f , il quale infatti è legato a s_n tramite il coefficiente di attrito dinamico ($t_f = m_D s_n$). Sarà interessante studiare questo nuovo modello di *slip - velocity - weakening*

$$T = \begin{cases} t_u - h \dot{u} \frac{u}{d_0} & , u < d_0 \\ t_u - h \dot{u} & , u \geq d_0 \end{cases} \quad (5.1.6)$$

nel caso di spontaneità, ovvero in una situazione in cui la velocità di propagazione della rottura varia nel tempo.

Con le leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina, infine, Perrin et al. (1994) hanno mostrato come la presenza di una variabile di stato consenta di modellare il fenomeno della cicatrizzazione.

Nel paragrafo 4.2.3 è stato mostrato come una regione con un elevato valore di L possa arrestare la propagazione della rottura. Questo ha consentito di valutare la slip duration (fig. 4.24c), ovvero l' intervallo di tempo in cui lo slip passa dal valore 0 ad un valore costante, oppure, in maniera del tutto analoga, l' intervallo di tempo in cui la velocità di scorrimento è non nulla.

Anche lo slip – weakening, come le leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato, ha il vantaggio di prevedere le repliche (aftershocks): nel paragrafo 4.1.3, in particolare in fig. 4.9b, è mostrato come una barriera, cioè una zona ad alta resistenza alla fratturazione, dopo il passaggio del fronte di rottura si “ trasformi ” in una asperità, cioè una regione con un alto sforzo di taglio, area che possiede un' alta probabilità di rompere nel caso di una sollecitazione dinamica successiva.

Modellazione di comportamenti diversi di una faglia. Sia lo slip – weakening che le leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato modellano vari comportamenti della faglia per quanto concerne la velocità di propagazione del crack v_c . Entrambe le leggi costitutive contemplano un

comportamento instabile: il primo, per $S > 1.77$, prevede che la frattura avanzi nello spazio con una velocità limite uguale a quella di Rayleigh (fig. 4.3); la Dieterich ridotta , con parametri come quelli utilizzati nel test di riferimento (§ 4.2.1: $a = 0.012$, $b = 0.016$, $L = 10 \text{ mm}$), fornisce $v_c < v_R$. Entrambi i modelli, inoltre, ammettono comportamenti di tipo strong seismic, nei quali il crack tip si biforca, lo scorrimento ed il rilascio di sforzo sono molto elevati, come pure lo è la velocità di propagazione, che si avvicina a v_p (figg. 4.1 per lo slip – weakening e figg. 4.17b e 4.17c per la Dieterich ridotta).

Una fondamentale differenza è rappresentata dal fatto che le leggi di attrito modellano il campo di velocità di tipo strengthening, cosa che non è possibile con lo slip – weakening, il quale, anche per velocità di carico iniziali molto basse riesce comunque ad accelerare verso l' instabilità in maniera dinamica. Il regime velocity strengthening , al contrario, è molto importante poiché consente di modellare una vasta classe di fenomeni che attengono al comportamento reologico di molti materiali, fenomeni quali, ad esempio, lo scorrimento asismico (cioè senza rilascio dinamico ed improvviso di energia), situazioni di *creep*, comportamenti di tipo misto, cioè con accoppiamento e mutua interazione di componenti elastiche e viscosi. In questo riconosco una elevata versatilità delle leggi di attrito, a fronte di un limite intrinseco, ed ineliminabile, dello slip – weakening, secondo il quale la frattura o non rompe affatto o si propaga dinamicamente.

Lo scaling. La modellazione di faglie sismogenetiche reali può essere compiuta sia con lo slip – weakening che tramite le frictional laws. Infatti nel primo caso le grandezze ottenute come soluzione (scorrimento e perturbazione alla trazione) dipendono da parametri adimensionali: lo spazio ridotto x / L_c ed il tempo ridotto $v_S t / L_c$. In questo modo, scegliendo opportunamente il valore della semilunghezza critica L_c è possibile modellare fenomeni fisici di varia scala: esperimenti di laboratorio o faglie di dimensioni reali. Per quanto concerne le leggi di attrito, invece, le soluzioni (scorrimento, slip velocity e sforzo di taglio) dipendono dalle coordinate dimensionali x e t . Tuttavia, nel paragrafo 4.2.6 ho mostrato come sia possibile compiere uno scaling da esperimenti di laboratorio — dai quali le leggi di tipo Dieterich – Ruina hanno

origine — a situazioni reali. Tale legge di scala si riferisce, come del resto era ragionevole attendersi, al parametro costitutivo L , che, come è stato detto, è appunto la lunghezza caratteristica su cui avviene il rilascio di energia, la quale scala con le dimensioni della zona studiata. Questo dello scaling è una caratteristica di tutti i modelli dinamici.

Il processo di re - strengthening. Dall' analisi di paleoterremoti e dai cataloghi storici si ricava che in alcune zone sono accaduti, nel corso del tempo, eventi sismici con caratteristiche analoghe. Da questa osservazione è scaturita la necessità di spiegare in maniera teorica tale ricorrenza e ciò è stato compiuto introducendo il concetto di riguadagno dello strength in seguito ad un fenomeno sismico. In un modello che preveda questo risulta possibile riprodurre non soltanto il singolo terremoto, ma un intero ciclo sismico.

Più esattamente, il processo di *re - strengthening* rappresenta il fenomeno secondo il quale dopo l' arresto di una rottura ed il rilascio di sforzo, lentamente lo strength aumenta e consente un nuovo processo di accumulo di energia. La crescita dello sforzo avviene nel cosiddetto periodo inter - sismico, vale a dire nell' intervallo di tempo tra due eventi sismici sulla stessa faglia (cioè tra due instabilità). E' importante non confondere questo riguadagno di sforzo con la crescita di t_f introdotta da Heaton (1990) e discussa in precedenza (equazione (5.1.5)). Mentre in quest' ultimo caso l' aumento di t_f avviene durante il processo di self - healing, nel caso del re - strengthening la crescita dello sforzo di taglio avviene quando la rottura si è già arrestata e quindi si è già avuta la cicatrizzazione.

Il processo di re - strengthening è stato ampiamente discusso in letteratura e si è trovato che le leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato costituiscono un efficace strumento per spiegare il riguadagno della resistenza. Ciò è stato fatto considerando il già menzionato sistema dello spring slider ad un solo grado di libertà, cioè accoppiando con la legge costitutiva, invece che l' equazione fondamentale dell' elastodinamica per un mezzo elastico (1.2.7), la seconda equazione della dinamica di un oscillatore 1 - D.

Variazione dello sforzo normale. Un grande pregio delle leggi di tipo Dieterich – Ruina, completamente assente nella formulazione originaria di Andrews (1976a) dello slip – weakening, è quello di consentire gli effetti sul moto di variazioni dello sforzo normale. Come descritto nel paragrafo 1.3.8, Linker & Dieterich (1992) hanno generalizzato le leggi di Dieterich ridotta (in forma ulteriormente semplificata) e di Ruina, introducendo anche una variazione nel tempo di s_n , che in tutta generalità viene determinato come soluzione al problema (includendo un accoppiamento tra la variazione di s_n e quella di t si ottiene un sistema di equazioni che non ha incognite libere). Questa possibilità delle leggi di attrito è importante poiché i materiali della crosta terrestre hanno caratteristiche differenti e come mostrato analiticamente da Harris & Day (1996) e come simulato analiticamente nel paragrafo 4.2.6 ciò comporta una perturbazione dello sforzo normale alla superficie di frattura. Questo si ripercuote sullo sforzo di taglio (si ricordi che $t = m s_n$) e ciò comporta una variazione dell' intero sforzo dinamico, sia per quanto concerne la trazione ed il relativo rilascio, sia per ciò che riguarda lo scorrimento e la slip velocity.

5.2. Confronto tra le leggi di Dieterich e quella di Ruina

Lo scopo principale delle simulazioni presentate nei successivi paragrafi è quello di riprodurre i vari campi di velocità con la Dieterich originaria e con la legge di Ruina, così come è stato fatto nel capitolo precedente adottando come equazione costitutiva la legge di Dieterich in forma ridotta. Un altro aspetto importante che verrà analizzato riguarda il valore assoluto dei parametri costitutivi: malgrado il loro ruolo sia analogo, i valori di a , b ed L cambiano passando dalle leggi di Dieterich a quella di Ruina.

Abbiamo visto in precedenza (§ 4.2.7) come sia possibile passare dalla modellazione di esperimenti di laboratorio a quella di faglie con dimensioni reali. I risultati presentati in seguito si riferiscono a situazioni di laboratorio,

ma si possono estendere ai casi reali procedendo nello stesso modo, cioè variando opportunamente il parametro L , poiché la legge di scala studiata nel paragrafo 4.2.7 nel caso della Dieterich ridotta è una caratteristica generale delle leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato.

Per confrontare i risultati ottenuti con la legge di Dieterich in forma ridotta con la Dieterich originaria e con la legge di Ruina è stato opportunamente modificato il codice di calcolo proposto da Andrews. Tralasciando per brevità i dettagli analitici e computazionali, desidero solamente sottolineare l'assunzione importante che è stata mantenuta in entrambi i casi: nell'istante immediatamente precedente l'iniziazione della frattura la variabile di stato Y si trova nello stato stazionario ovunque in x tranne che nella zona di nucleazione (cfr. fig. 2.6). Il valore di Y^{ss} è ancora espresso da (1.3.24) nel caso della Dieterich originaria, mentre è dato da (1.3.25) per la legge di Ruina.

5.2.1. Simulazioni con la legge di Dieterich originaria

Una prima differenza tra i risultati ottenuti adottando come equazione costitutiva la Dieterich ridotta e quelli che si ottengono con la legge di Dieterich originaria è mostrata in fig. 5.1a: mantenendo invariati tutti i parametri in ingresso, mentre con (1.3.15) si aveva un comportamento instabile definito in passato come weakening tipo (fig. 4.14), ora si ha una situazione che corrisponde al caso condizionatamente stabile, di cui si è discusso nel paragrafo 4.2.3. Questo comportamento è caratterizzato da una evoluzione quasi – statica, in cui la rottura non varia nel tempo la sua estensione, che rimane circa costante.

Per ottenere un comportamento velocity weakening è stata allora aumentata la differenza ($b - a$), che come si è visto nel capitolo quarto incide in maniera diretta sull'instabilità della frattura. Ora è $b - a = 0.006$, cioè un valore che con la Dieterich ridotta forniva già un comportamento con maggiore instabilità (fig. 4.17a). In fig. 5.1a è mostrato lo scorrimento che si ottiene con

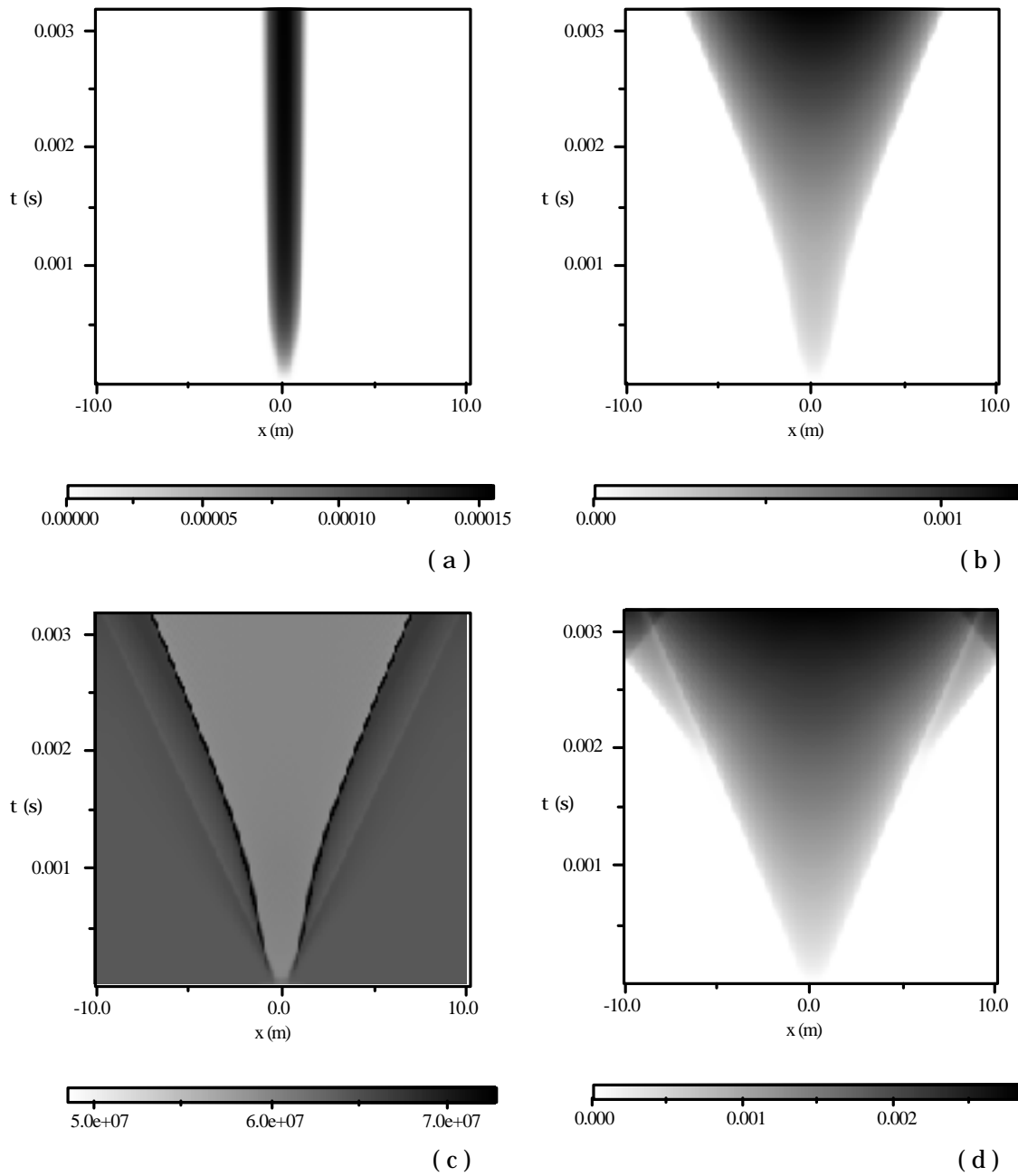


Fig. 5.1. Simulazioni con la legge di Dieterich nella forma originaria. I parametri reologici sono uguali a quelli utilizzati nel paragrafo 4.2 ($r_1 = r_2 = 3000 \text{ Kg} / \text{m}^3$, $v_{P_1} = v_{P_2} = 5196 \text{ m} / \text{s}$, $v_{S_1} = v_{S_2} = 3000 \text{ m} / \text{s}$, $h_1 = 0$), come pure invariata rimane la zona di nucleazione (estesa 3 m e centrata rispetto ad $x = 0$). L rimane fissato a 10 mm . (a) Comportamento velocity weakening per lo scorrimento, di tipo condizionatamente stabile, ottenuto con $a = 0.012$ e $b = 0.016$. (b) e (c) Slip e sforzo di taglio che identificano un comportamento weakening tipo, il quale si ottiene con $a = 0.01$ e $b = 0.016$. (d) Comportamento strong seismic ($a = 0.0071$ e $b = 0.016$).

la Dieterich originaria per $b - a = 0.006$, mentre in fig. 5.1c è riportata la corrispondente trazione, che esibisce ancora le due creste secondarie situate all'esterno della zona fratturata, la cui intensità è uguale a quella che si aveva con la Dieterich ridotta.

Dopo aver riprodotto il campo di velocità *velocity weakening*, si è cercato di modellare anche un comportamento *strong seismic* aumentando la differenza tra b ed a : con $b - a = 0.0089$ si ottiene lo scorrimento mostrato in fig. 5.1d. Come accadeva sia con lo *slip - weakening* (fig. 4.1a) che con la Dieterich ridotta (figg. 4.17b, e 4.17c) anche in questo caso il crack tip si biforca ed il fronte di rottura secondario avanza con velocità asintoticamente uguale a quella delle onde di compressione. Quando la rottura “ salta ” ed accelera verso v_p possiede già una velocità di propagazione superiore a v_s .

5.2.2. Simulazioni con la legge di Ruina

In letteratura è stato diffusamente mostrato che i parametri costitutivi variano di circa un ordine di grandezza passando dalle leggi di Dieterich a quella di Ruina (Okubo & Dieterich, 1986; Tse & Rice, 1986; Tullis & Weeks, 1986; Boatwright et al., 1995, tra molti altri).

La prima simulazione è stata compiuta con a e b dieci volte più grandi rispetto a quelli di fig. 4.14, $v_* = 500 \text{ m / s}$ (anziché 1000 m / s) ed $L = 1 \text{ mm}$ (invece di 10 mm). I risultati sono proposti in fig. 5.2 e permettono di compiere alcune importanti osservazioni: innanzitutto l' andamento dello *slip* (fig. 5.2a) nella prima fase della nucleazione, quella denominata in passato come fase 2 seguendo Shibazaki & Matsu'ura (1994), è molto diverso da quello osservato con la Dieterich ridotta. La velocità di propagazione del crack è ora inferiore ed inoltre la frattura nuclea possedendo già un' estensione notevole (circa 1.8 m) e conseguentemente, a parità di tempo, la zona rotta ha un' estensione maggiore. Questo si può giustificare teoricamente considerando che la diversa espressione della variabile di stato nella condizione iniziale, a causa di (1.4.5), si riflette in un diverso valore dell' attrito iniziale t_0 , che ora è di circa

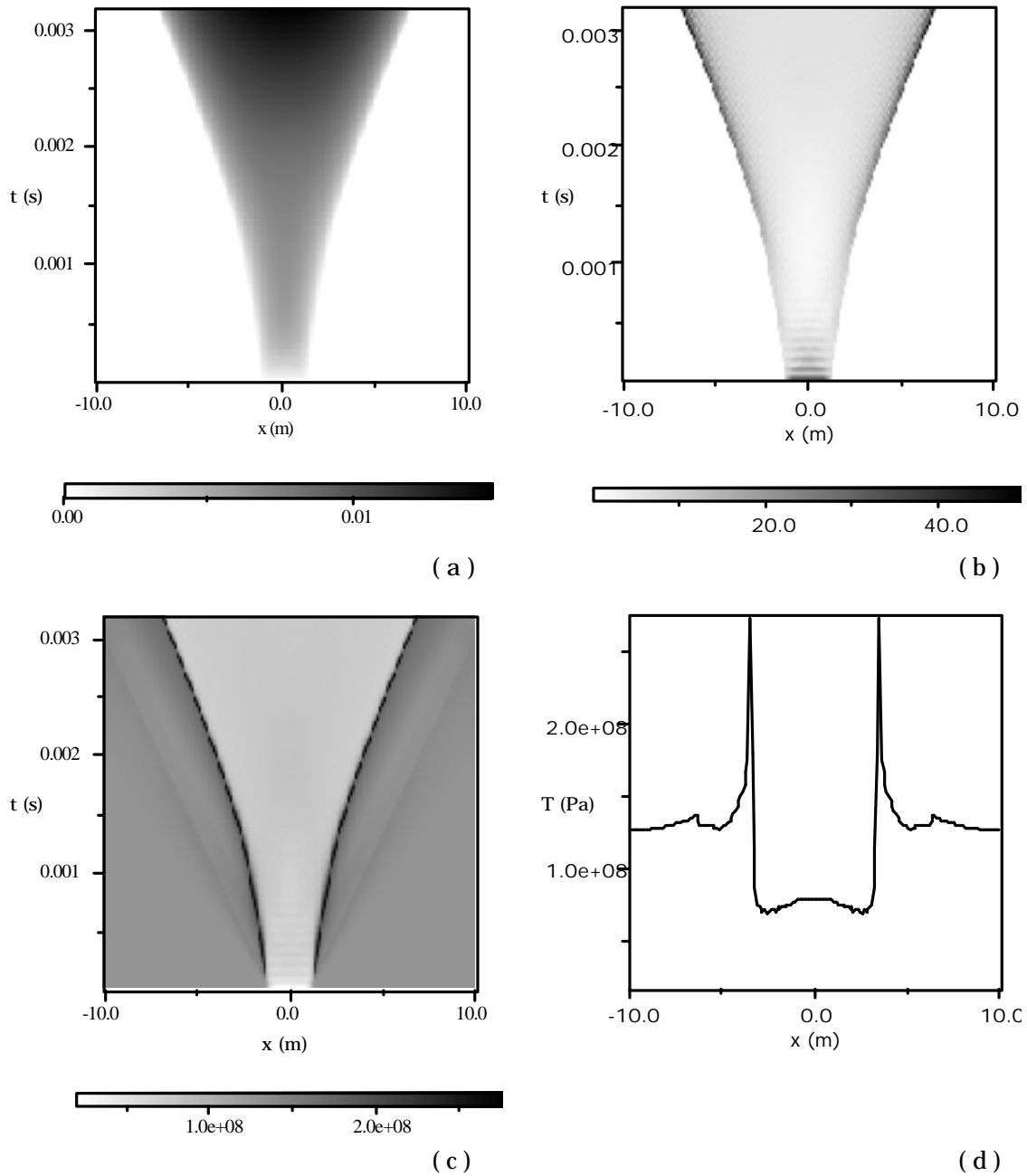


Fig. 5.2. Simulazione di una faglia con legge di Ruina. I valori dei parametri utilizzati sono: $v_* = 500$ m / s, $a = 0.12$, $b = 0.16$, $L = 1$ mm, mentre gli altri rimangono come quelli di fig. 5.1. (a) Andamento dello scorrimento. (b) Slip velocity. Si osservino, nei primi istanti della nucleazione, i picchi nella velocità di scorrimento i cui massimi sono confrontabili con quelli che si hanno in corrispondenza del crack tip. (c) Trazione. (d) Istantanea dello sforzo di taglio a $t = 1.77$ ms: come nei casi precedenti (simulazioni con la Dieterich ridotta e la Dieterich originaria) si hanno due creste laterali nella regione ancora integra, le quali ora sono meno piccate.

127 MPa, invece di essere 85.5 MPa, come nel caso di fig. 4.14 o addirittura 64.3 MPa, come in quello di figg. 5.1b e 5.1c.

La seconda importante differenza che si evince da fig. 5.2a è che lo scorrimento è ora di oltre un ordine di grandezza superiore rispetto a quelli che tipicamente si ottengono con la Dieterich ridotta e con la Dieterich originaria.

In fig. 5.2b è graficata nel piano xt la slip velocity che corrisponde allo scorrimento di fig. 5.2a. Anche in questo caso, come pure per la trazione (fig. 5.2c), si hanno valori di oltre un ordine di grandezza superiori.

Anche con la legge di Ruina, come mostrato per la Dieterich ridotta (§ 4.2.5), ha una notevole importanza l'estensione della zona di nucleazione, definita come già detto dai parametri x_{init} ed x_{end} . Riducendo tale estensione, la frattura continua a propagarsi con una velocità che è inizialmente molto inferiore rispetto a quella che si ottiene con la Dieterich ridotta: questo significa che modellando un crack con la legge di Ruina si prevede una fase di evoluzione quasi – statica più lunga di quella che si ottiene con le leggi di Dieterich. Riducendo poi la regione di nucleazione di 1.7 m (in maniera simmetrica rispetto all'origine) l'iniziazione è tale che il crack si propaga con velocità quasi nulla (cioè non aumenta la sua estensione). Poiché per ottenere la stessa cosa con la Dieterich ridotta era sufficiente una riduzione di 1 m, si può affermare che con la legge di Ruina affinché un crack si propaghi in maniera dinamica è sufficiente una regione di nucleazione meno estesa rispetto a quella necessaria nel caso della Dieterich ridotta.

Oltre a riprodurre anche il caso velocity strengthening (fig. 5.3a), sono riuscito a simulare con la legge di Ruina un comportamento di tipo strong seismic (fig. 5.3b): si possono osservare anche in questo caso le biforcazioni del fronte di rottura e le interferenze tra il fronte principale e quelli secondari quando la frattura raggiunge i suoi bordi ($x = -10.0$ m e $x = 10.0$ m). Una caratteristica che è presente anche in questo caso è che il fronte di rottura secondario avanza con una velocità già superiore a v_S . Questa è pertanto un comportamento comune sia allo slip – weakening che alle rate and state dependent friction laws. Sarebbe interessante studiare se anche le leggi di Cochard & Madariaga (1.3.28) e (1.3.29) prevedono che il carico dinamico della

zona che ha già fratturato riesca a caricare la faglia in modo tale da fare procedere la frattura a velocità super – shear. Questa analisi viene rimandata a futuri lavori.

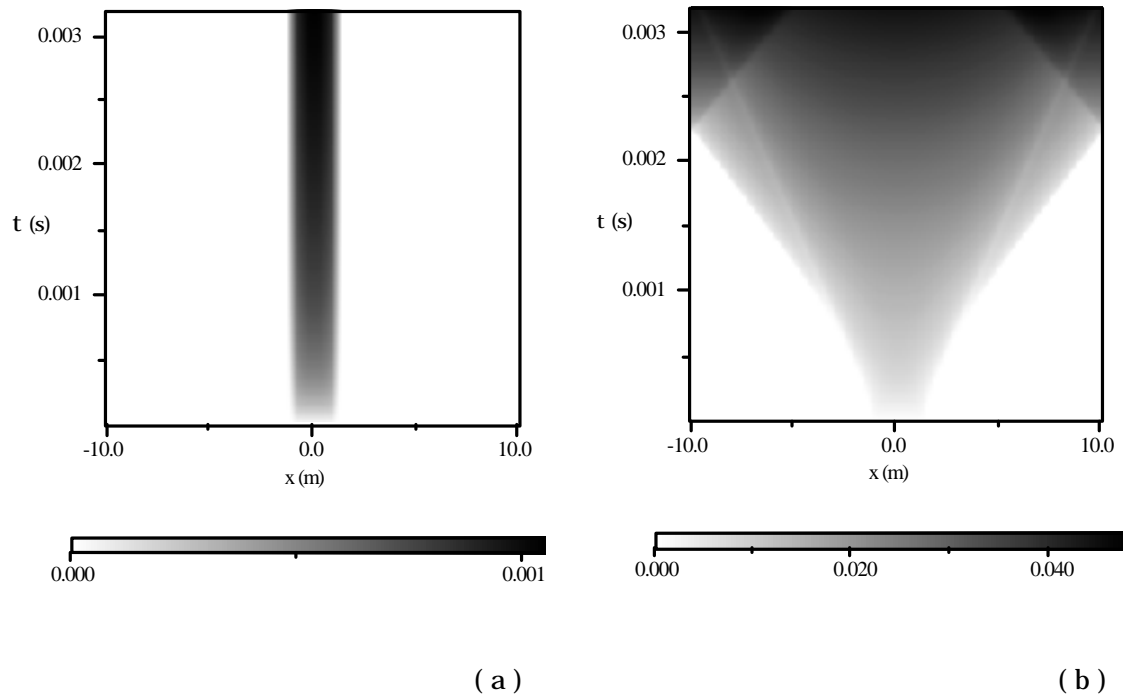


Fig. 5.3. (a) Scorrimento nel caso di un regime di velocità di tipo strengthening ($a = 0.16$, $b = 0.12$). (b) Slip che individua un comportamento strong seismic, ottenuto con $a = 0.089$ e $b = 0.16$. In entrambi i casi rimane $L = 1 \text{ mm}$.