6. Applicazioni a modelli 3 - D

Nel capitolo quarto sono state studiate le applicazioni della legge dello slip – weakening e della Dieterich ridotta a modelli dinamici di fratture 2 – D. Nel capitolo quinto sono state invece confrontate queste leggi costitutive, includendo inoltre la Dieterich originaria e la legge di Ruina, mettendone in luce le analogie ed i pregi nella descrizione del processo di rottura, sempre in modelli 2 – D.

In questo capitolo saranno invece illustrate alcune applicazioni a modelli 3 – D, i quali rappresentano la naturale estensione di quelli 2 – D: un modello tridimensionale, infatti, descrive in maniera più realistica il fenomeno di fratturazione.

6.1. Presentazione dei risultati

Come è stato descritto nel capitolo terzo, la frattura è in $x_3 = 0$, cioè ancora una volta la superficie di faglia è supposta essere piana. Occorre tuttavia precisare che i risultati qui discussi sono preliminari. Innanzitutto si è introdotta una semplificazione per quanto concerne lo sforzo di taglio nell' istante iniziale: invece di essere caricato dalla trazione iniziale ($s_{0_{13}}$, $s_{0_{23}}$), come detto nel paragrafo 3.1, il sistema è forzato solamente lungo l' asse x_1 , ovvero la sola componente $s_{0_{13}}$ è non nulla. E' importante sottolineare che questa ipotesi non elimina la dipendenza delle soluzioni (scorrimento u_a e perturbazione al tensore degli sforzi s_{a3}^{p} , con $a = 1, 2$) dalla variabile x_2 , infatti l' accoppiamento dei modi in – plane ed anti – plane è comunque garantito dall' espressione del carico dinamico L, il quale, lo ricordiamo, è la norma del *load* pertinente al mode II e di quello relativo al mode III:

$$L = \sqrt{L_1^{\,2} + L_2^{\,2}}$$

In futuro si dovrà studiare il caso più generale in cui il sistema è caricato con un vettore di sforzo di taglio iniziale con entrambe le componenti diverse da zero.

In secondo luogo rimane da affrontare il problema della risoluzione del grigliato. Nel paragrafo 3.3 abbiamo soffermato la nostra attenzione sull' importanza della risoluzione minima della discretizzazione del problema: Rice (1993) ha ottenuto che sia per sistemi 2 – D, che per sistemi 3 – D si introduce una complessità artificiale nelle soluzioni se non viene soddisfatta la condizione

$$h \ll h^*$$

ove h è il nostro Dx ed h^* è la minima grid size, definita da (3.3.1).

Verranno ora presentate le soluzioni di tre simulazioni, con gli scopi di verificare il funzionamento del codice numerico, di mostrare le potenzialità che una modellazione di tipo 3 – D offre nella descrizione di un processo di frattura più generale rispetto al caso 2 – D ed infine di trarre alcune conclusioni interpretando i risultati, conclusioni che ci saranno utili nell' organizzazione del futuro lavoro.

6.1.1. Propagazione in un mezzo velocity weakening

Facendo riferimento a fig. 3.1, come prima configurazione è stata scelta una faglia nella quale la nucleazione avviene in nove punti caratterizzati da un comportamento di tipo velocity weakening ($A = 4.5$ *bars*, $B = 5$ *bars*); la regione definita nel paragrafo 3.4 come interna è circolare (con raggio 11) ed è anch' essa velocity weakening ($A = 4.7$ *bars*, $B = 5$ *bars*). Infine la regione esterna è velocity strengthening ($A = 6$ *bars*, $B = 4.5$ *bars*).

In fig. 6.1a è rappresentato lo scorrimento in funzione di x e di t. Per maggiore chiarezza sono riportate nel grafico le tangenti al fronte di rottura, l' angolo formato dalle quali, misurato come sempre dalla verticale, rappresenta la velocità di propagazione della frattura. Dopo una prima fase in cui il crack evolve con una velocità pari a circa 0.88 v_S , in corrispondenza di 20 s si ha l' accelerazione a 0.91 v_S . Una caratteristica che si osserva in fig. 6.1a è la presenza di celle, distribuite simmetricamente rispetto alla retta $x_1 = 32$ Km, nelle quali lo scorrimento assume lo stesso valore. La complessità della distribuzione di tali celle, o “ vortici ”, può essere interpretata come un effetto numerico, che dovrà essere chiarito alla luce della condizione di Rice, richiamata in precedenza.

In fig. 6.1b compare invece la vista in tre dimensioni dello slip: quando il crack tip raggiunge l' inizio della zona velocity strengthening la rottura viene arrestata, cioè non si ha la penetrazione. Da fig. 6.1c si può effettivamente osservare l' healing: nel punto (35,38) del piano x_1x_2 lo scorrimento raggiunge il valore costante di 150 mm in $t = 29$ s, mentre la velocità di scorrimento decresce dal suo valore massimo (17.5 mm / s), assunto all' inizio della rottura in (35,38), fino a 0. Questo fenomeno di cicatrizzazione in corrispondenza dell' arresto della rottura è analogo a quanto è stato ottenuto nel caso di una frattura 2 – D (fig. 4.24).

Fig. 6.1. Simulazione di una frattura 3 – D. La nucleazione è nel punto (32,32) del piano $x_3 = 0$. Riferendosi a fig. 3.1, le tre zone sono scelte in questo modo: 9 punti di nucleazione: $A = 4.5$ *bars*, $B = 5$ *bars*, $L = 0.1$ *mm*, $s_{0_{13}} = 7$ *bars*; regione interna: circolare con raggio 11, $A = 4.7$ *bars*, $B = 5$ *bars*, $L = 0.01$ *mm*, $s_{0_{13}} = 4$ *bars*; regione esterna: $A = 6$ *bars*, $B = 4.5$ *bars*, $L = 0.5$ *mm*, $s_{0_{13}} = 0.1$ *bars*. (a) Andamento dello scorrimento nel piano $x_1 t$. (b) Vista tridimensionale dello scorrimento al variare di x_1 e di t. (c) Legame tra lo slip e la slip velocity al variare del tempo, nel punto $(x_1, x_2) = (35,38)$. (d) Istantanee della velocità di scorrimento vista in tre dimensioni negli istanti 20 *s*, 30 *s*, 40 *s*, 50 *s*.

Per meglio evidenziare la diminuzione nel tempo della velocità di scorrimento, in fig. 6.1d sono riportate quattro istantanee in diversi istanti della slip velocity vista in tre dimensioni. Come si può osservare, anche in questo caso si ha un massimo della velocità di scorrimento in corrispondenza del fronte di rottura, in analogia con ciò che si è ottenuto in modelli 2 – D, sia con lo slip – weakening che con le leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato.

6.1.2. Arresto della rottura in una zona velocity strengthening

Un aspetto molto importante su cui soffermeremo ora l' attenzione è la slip duration (§ 4.2.4). La configurazione è simile a quella precedente (si veda la didascalia di fig. 6.2 per i dettagli). L' andamento dello scorrimento mostra innanzitutto una propagazione della rottura con velocità quasi costante fino a che il crack tip giunge all' inizio della regione esterna di tipo velocity strengthening (evidenziato in fig. 6.2a dalle due linee tratteggiate verticali). Qui la frattura viene arrestata, cioè anche in questa situazione il crack non riesce a penetrare nella zona strengthening. La fase di cicatrizzazione, evidenziata dalla graduale riduzione dello scorrimento, presenta però, a circa 50 *s*, un aumento dello slip, chiaramente visibile nei due picchi in fig. 6.2b, uno dei quali è evidenziato con la freccia. Essi possono essere considerati riaccelerazioni, cioè *afterslips*: quando ormai la rottura si è arrestata si ha una crescita dello scorrimento di entità non trascurabile e neppure imputabile ad instabilità numerica della soluzione. Se tali riaccelerazioni saranno poi accompagnate ad un processo di rilascio dinamico di sforzo si avranno *aftershocks*.

In fig. 6.32c è invece graficata la velocità di scorrimento nel tempo in due diversi punti: (37,37) e (40,37). Si può vedere come la durata dello scorrimento non sia uniforme in tutto il piano di faglia $x_3 = 0$: in particolare essa diminuisce avvicinandosi all' inizio della regione esterna strengthening, in corrispondenza del quale la rottura viene arrestata, mentre è massima in $x_1 = 0$.

Fig. 6.2. Risultati della seconda simulazione. I nove punti di nucleazione sono ancora di tipo velocity weakening ($A = 4.5$ *bars*, $B = 5$ *bars*, $L = 0.1$ *mm*); la regione interna è anch' essa weakening ($A = 4.5$ *bars*, $B = 5$ *bars*, $L = 0.01$ *mm*); la zona esterna infine è di tipo velocity strengthening ($A = 5$ *bars*, $B = 4.5$ *bars*, $L = 0.05$ *mm*). (a) Andamento dello scorrimento in $x_1 t$. (b) Vista tridimensionale dello slip. (c) Velocità di scorrimento al variare del tempo in due punti del piano $x_3 = 0$: (37,37) e (40,37).

6.1.3. Effetto della variabile di stato sulla nucleazione della rottura

L' ultima applicazione è presentata semplicemente come esempio del ruolo della variabile di stato, in particolare dell' importanza del valore iniziale che essa possiede. Nel capitolo quarto si è mostrato come l' estensione della zona di nucleazione, definita come quel segmento dell' asse x_1 in cui F assume il valore di nucleazione F_{nucl} invece di essere nello stato stazionario F^{ss}, incida sulle fasi di nucleazione e di propagazione della rottura. Più esattamente si è visto come nel caso in cui F assuma il valore F^{ss} in una regione troppo ampia, l' instabilità del crack venga inibita.

Fig. 6.3. Importanza del valore iniziale assunto dalla variabile di stato. La configurazione delle tre regioni nel piano $x_3 = 0$ è analoga a quelle utilizzate nei precedenti paragrafi: le zone di nucleazione (i 9 punti) e quella interna sono di tipo velocity weakening, mentre quella esterna è velocity strengthening. Ora però viene diminuito il valore di q nell' istante iniziale. (a) Scorrimento nel piano $x_1 t$. (b) Slip visto in tre dimensioni al variare di x_1 e di t.

L' effetto del valore di q per il sistema 3 – D studiato (ora la legge costitutiva è quella di Ruina e non la Dieterich ridotta come nelle simulazioni sopra citate) è mostrato in fig. 6.3. Riducendo il valore iniziale della variabile di stato, dopo la nucleazione forzata, si ha un ritardo (uguale a circa 3.5 s) nella riaccelerazione dinamica della rottura. Questo ritardo è visibile nel grafico dello scorrimento nel piano $x_1 t$ (fig. 6.3a) e nella vista prospettica dello slip al variare di x_1 e di t (fig. 6.3b).

Dalle simulazioni presentate in questo capitolo si può osservare l' estrema versatilità che possiede una modellazione di tipo 3 – D nella descrizione dei fenomeni di rottura.
In futuro sarà necessario estendere al caso 3 – D l' intera gamma delle simulazioni eseguite in 2 – D. Questo esula dagli scopi del presente lavoro, ma costituisce un punto molto importante degli sviluppi futuri che si possono avere in questa linea di ricerca, come sottolineato nel prossimo capitolo. In particolare, sarà necessario estendere al caso 3 – D — così come è stato fatto in questa tesi applicandolo a situazioni 2 – D — il modello che Boatwright & Cocco (1996) hanno proposto per le faglie modellate tramite uno spring slider ad un grado di libertà.