
7. Conclusioni e sviluppi futuri

7.1. Conclusioni

Il problema dinamico della fratturazione è stato considerato in questo lavoro supponendo che la rottura avvenga su un piano. Con questa ipotesi semplificativa le soluzioni che si ottengono dall'equazione fondamentale dell'elastodinamica — ovvero da equazioni che da essa discendono — dipendono al più da due coordinate spaziali e dal tempo. La modellazione del problema dinamico è stata fatta in due modi: da un lato è stato risolto il caso 2 – D, cioè di una frattura che si propaga lungo una linea e quindi tale che le soluzioni (spostamento e trazione) risultano dipendenti da una coordinata spaziale e dal tempo; dall'altro è stato affrontato il caso 3 – D, o mixed – mode, nel quale la rottura possiede un fronte descritto matematicamente da una curva chiusa sul piano di faglia e pertanto le soluzioni dipendono da entrambe le coordinate spaziali e dal tempo.

Per quanto concerne i modelli 2 – D, in questa tesi sono state considerate varie leggi costitutive, ovvero equazioni matematiche che descrivono la deviazione dalla legge di Hooke nel comportamento di materiali che rompono. Le leggi analizzate sono da una parte lo slip – weakening introdotto per la prima volta da Andrews (1976a) e dall' altra le leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato, formulate da Dieterich (1978, 1979a, 1979b, 1981) ed in seguito da Ruina (1980, 1983). Entrambe le classi di equazioni costitutive sono state utilizzate in letteratura per risolvere problemi dinamici di varia dimensione.

Uno degli scopi di questo lavoro è quello di compiere un confronto tra queste leggi ed in particolare tra le soluzioni che con esse si ottengono, prestando particolare attenzione alle tre fasi del processo di rottura: la nucleazione, la propagazione e l' arresto. Per fare questo sono state innanzitutto studiate singolarmente le equazioni di stato al fine di esaminarne le caratteristiche.

Con lo slip – weakening è stata modellata numericamente una frattura utilizzando ed implementando il codice di calcolo di tipo boundary integral proposto da Andrews (1985). Sono stati riprodotti due comportamenti: uno caratterizzato da moderata instabilità, cioè con una velocità di propagazione del crack limitata superiormente dalla velocità delle onde di Rayleigh (che si ottiene quando la resistenza alla frattura, espressa dal parametro di strength S , è sufficientemente elevata: $S \geq 1.77$) ed un altro che invece è altamente instabile, cioè prevede una velocità di propagazione che raggiunge, mediante la biforcazione del fronte di rottura, la velocità delle onde P.

Uno studio importante che qui è stato condotto, modificando il codice numerico di Andrews, riguarda la distribuzione non omogenea nello spazio del parametro S . Tale eterogeneità è stata realizzata variando lo sforzo di taglio massimo che la faglia è in grado di sopportare (t_u), ma può essere anche ottenuta con variazioni spaziali dell' attrito iniziale (t_0). Nel primo caso, scelto nella tesi, si è potuto considerare l' “ effetto barriera ”: sono stati pertanto studiati gli effetti che una zona ad alto strength ha sulle fasi di propagazione e di nucleazione, estendendo in questo modo quanto ottenuto da Das & Aki (1977b). Si è visto, in particolare, come una barriera sia in grado di perturbare

lo scorrimento e la trazione “ a distanza ” e sono state simulate zone candidate a produrre instabilità ritardate, cioè repliche (aftershocks).

Lo studio delle leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina è stato effettuato tramite il codice di calcolo alle differenze finite descritto nei lavori di Andrews (1973) e di Andrews & Ben – Zion (1997), implementato in questa tesi in vari modi. Oltre all' analisi delle diverse grandezze che controllano la nucleazione e la propagazione della rottura, quali, ad esempio, le condizioni iniziali (velocità di scorrimento, valore iniziale della variabile di stato) e di quelle al contorno (proprietà reologiche dei materiali in cui avviene la rottura, carico compressivo), è stata posta particolare attenzione al ruolo dei tre parametri costitutivi a , b ed L . Sono stati riprodotti i campi di velocità weakening e strengthening, ampiamente modellati in letteratura con il sistema massa – molla. Mentre il primo è associato ad instabilità ed è descritto dalla condizione $(b - a) > 0$ se lo sforzo normale alla faglia s_n risulta costante, il secondo, definito da $(b - a) < 0$, comporta uno scorrimento asismico che modella, ad esempio, esperimenti di creep. Inoltre è stato ottenuto un regime con maggiore instabilità, definito strong seismic da Boatwrigth & Cocco (1996). Tale comportamento, ottenuto nell' ipotesi in cui risulti $(b - a) \gg 0$, mostra una biforcazione del crack tip, proprio come modellato utilizzando lo slip – weakening; in particolare il fronte di rottura secondario procede a velocità già maggiore di v_s ed asintoticamente uguale a v_p , comportamento modellato da Okubo (1989) in condizioni meno generali rispetto a quelle di questo lavoro. Infine si è modellato un campo di velocità con una moderata instabilità, anch' esso come il velocity strengthening non previsto nello slip – weakening, per il quale la differenza $(b - a)$ è di poco positiva, regime definito da Boatwrigth & Cocco (1996) weak seismic. In questo modo è stato esteso ad un sistema 2 – D il modello che Boatwrigth & Cocco hanno proposto per una faglia modellata mediante uno spring slider ad un solo grado di libertà.

Tramite implementazioni al codice numerico proposto da Andrews, sono state poi studiate variazioni nello spazio dei tre parametri costitutivi a , b ed L ed analizzate le interazioni tra regioni della faglia caratterizzate da diversi comportamenti. Si è osservato in quali condizioni la nucleazione sia tale da mantenere il sistema in evoluzione quasi – statica, ovvero con velocità di

propagazione estremamente bassa, e si è studiata la penetrazione in aree velocity strengthening. Infine è stato introdotto l'arresto della rottura tramite la variazione nello spazio della lunghezza di scala L , osservando in questo modo la cicatrizzazione della rottura (healing) e valutando la durata della dislocazione (slip duration).

Oltre ad un confronto delle caratteristiche fisiche dei due modelli (slip – weakening da un lato e rate and state dependent friction laws dall'altro) e delle possibili analogie che tra essi possono esistere, sono state rapportate le descrizioni che le varie leggi costitutive forniscono del processo dinamico. Si è osservato che le fasi di nucleazione e propagazione della rottura vengono modellate da entrambe, ma le leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina mostrano una maggiore versatilità nella descrizione dei comportamenti reologici della zona sismogenetica ed inoltre intrinsecamente contengono l'importante “ effetto memoria ” dato dalla variabile di stato, che garantisce il fenomeno di re – strengthening e conseguentemente la possibilità di modellare l'intero ciclo sismico. Per quanto concerne la terza fase, l'arresto, con lo slip – weakening non è stato possibile ottenerlo completamente, neppure con barriere di elevata intensità ed estensione spaziale.

Un'importante differenza tra lo slip – weakening e le leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina riguarda le singolarità nelle espressioni che esse danno dell'attrito. Mentre lo slip – weakening è ovunque definito ($\forall u(t) \in \mathbb{R}$), le leggi di attrito non sono definite in $v = 0$ e nel limite di basse velocità di scorrimento (cioè per $v \rightarrow 0^+$) la Dieterich ridotta (1.3.16a) e la Ruina (1.3.17a) risultano singolari. Inoltre quest'ultima esibisce una singolarità anche per $v \rightarrow +\infty$. Queste singolarità suscitano le critiche più diffuse contro l'utilizzo di tali leggi nella descrizione della struttura sismogenetica. Tali problemi sono stati aggirati nel presente lavoro da un lato imponendo una velocità iniziale di scorrimento positiva (sistemi 2 – D) e dall'altro introducendo una velocità massima v_m , oltre la quale l'attrito rimane costante (sistemi 3 – D).

Lo studio condotto su modelli 3 – D ha prodotto risultati preliminari che sono stati presentati per testare il funzionamento del codice numerico di tipo boundary integral, descritto nel lavoro di Quin & Das (1989) ed implementato

da Boatwright et al. (1995). Inoltre sono state evidenziate alcune potenzialità del modello 3 – D, quali le possibilità di simulare una frattura reale (i) che si estende nello spazio con un fronte circolare, (ii) che può essere arrestata con l' introduzione di una zona velocity strengthening esterna alla regione di nucleazione, (iii) che può modellare afterslips e riaccelerazioni dinamiche dopo una nucleazione forzata. Oltre alle numerose applicazioni che in questo ambito possono essere compiute — espone nel prossimo paragrafo — una delle questioni che deve essere affrontata è quella della discretizzazione del problema, ovvero della risoluzione del grigliato. Rice (1993) ha infatti mostrato che per non introdurre complessità artificiale di natura numerica nelle soluzioni di problemi dinamici con legge costitutiva di tipo Dieterich – Ruina, la risoluzione della griglia deve essere minore di una lunghezza critica. Mentre tale condizione è stata verificata nelle simulazioni con modelli 2 – D e si è mostrato che nell' unico caso in cui essa non è soddisfatta effettivamente nasce complessità numerica, nel modello 3 – D, il codice di calcolo deve ancora essere implementato per soddisfare la condizione di Rice.

7.2. Sviluppi futuri

Numerosi sono, a mio avviso, i possibili sviluppi futuri che si possono avere nell' ambito della modellazione del processo dinamico di fratturazione. Presenterò ora, tuttavia, quelli che risultano più significativi e che in parte costituiscono una naturale estensione dei risultati che in questo lavoro ho presentato.

1. Sia nella risoluzione del problema 2 – D, con slip – weakening e con leggi di attrito di tipo Dieterich – Ruina, che in quella del problema 3 – D è stata introdotta la consueta, e pesante, assunzione di assenza di forze di volume. In generale, considerando faglie di dimensioni estese (decine di chilometri), inclinate rispetto alla superficie terrestre, può risultare

- interessante modellare il processo includendo la distribuzione di forze di volume di natura gravitazionale ed osservare quanto ciò influisca sullo scorrimento, sulla velocità di propagazione del crack e delle energie in gioco.
2. Nel presente lavoro non sono state considerate le leggi di Cochard & Madariaga (equazioni (1.3.28) e (1.3.29)). Mentre la prima di queste leggi di attrito presenta una dipendenza dalla sola velocità di scorrimento e non possiede una lunghezza di scala, la seconda rappresenta un mix dello slip – weakening (dipendenza dallo slip) e delle leggi di attrito con memoria (dipendenza da una variabile di stato con equazione evolutiva) e possiede due lunghezze di scala. E' interessante confrontare i risultati che si ottengono con tali leggi con quelli ricavati nel caso di slip – weakening e friction laws di tipo Dieterich – Ruina.
 3. Una naturale estensione del confronto tra le leggi di attrito compiuto nel caso di modelli 2 – D nel capitolo quinto è quella di studiare fratture con leggi costitutive diverse da quella di Ruina.
 4. Un aspetto molto importante delle leggi di attrito dipendenti dalla velocità e dallo stato è quello di contemplare la possibilità di introdurre una variazione nel tempo dello sforzo s_n perpendicolare alla superficie di frattura (§ 1.3.8). Questo effetto è introdotto parzialmente nel codice di calcolo proposto da Andrews & Ben – Zion (1997), in quanto s_n viene ridefinito solamente se i due materiali che scorrono sono diversi (e conseguentemente vi è una variazione dello sforzo normale durante il processo dinamico). Il modello “ completo ” di Linker & Dieterich (1992), invece, prevede una riformulazione dell' equazione evolutiva della variabile di stato che il codice di calcolo suddetto non contiene. Questa ritengo sia una rilevante implementazione, i cui risultati possono essere confrontati da un lato con i dati di Perfettini et al. (1998), i quali hanno osservato variazioni di sforzo normale nel terremoto di Lake Elsmar nella faglia di Loma Prieta, e dall' altro con quelli ottenuti mediante le leggi espote in precedenza, in cui tale variazione non era modellata.
 5. Nel capitolo quarto, mediante le implementazioni che sono state compiute sui codici di calcolo originari, si è mostrata l' importanza di distribuzioni eterogenee nello spazio dello strength S nel caso dello slip – weakening e

dei parametri costitutivi delle leggi di attrito, simulando l' arresto della frattura e studiando le interazioni tra faglie con comportamenti diversi. E' importante estendere ulteriormente questa analisi da un lato introducendo variazioni laterali di S attraverso modifiche di t_0 e di t_f , anziché di t_u , in modelli 2 – D e dall' altro studiando variazioni spaziali di A , B ed L nel caso 3 – D, non solo in regioni ellittiche o circolari concentriche (cfr. fig. 3.1), ma in spicchi triangolari del piano di frattura. In questo modo si potrà studiare come il crack tip si “ deforma ” nel tempo rispetto ad una configurazione circolare o ellittica e come risulti la distribuzione dello stress finale, cioè dopo il passaggio del fronte di rottura.

6. In maniera analoga una frattura può essere realisticamente descritta lasciando costanti nello spazio i parametri costitutivi, ma variando le proprietà fisiche dei materiali, quali, ad esempio, la densità, le costanti elastiche e studiando l' effetto dei fluidi (componente viscosa del tensore degli sforzi).
7. Ritengo sia interessante studiare anche modelli di tipo 2 – D e 3 – D governati da equazioni costitutive con più di una variabile di stato. Ciò è una generalizzazione dello studio di Gu (1986), relativo ad un sistema ad un solo grado di libertà (spring slider) con legge di Ruina. In questo modo è possibile comprendere meglio il ruolo dello stato nelle equazioni costitutive e cercare di capire il significato fisico che in questa situazione assumerebbero (nel caso di Dieterich, per esempio, si avrebbero diversi tempi di contatto).